

www.freemaths.fr

1<sup>re</sup>

# Technologique Mathématiques

(STI2D)

Nombres Complexes  
Partie Géométrique



**CORRIGÉ DE L'EXERCICE**

## L'ENSEMBLE DES POINTS M...

4

## CORRECTION

Déterminons l'ensemble E des points M(z) tels que:  $\left(\frac{z-i-1}{z+1}\right) \in \mathbb{R}_+^*$ , avec  $z \neq -1$ .

- Pour tout  $z \neq -1$  avec  $z = x + iy$ , nous avons:

$$\frac{z-i-1}{z+1} = \frac{x+iy-i-1}{x+iy+1}$$

$$= \frac{(x-1)+i(y-1)}{(x+1)+iy}$$

$$= \frac{[(x-1)+i(y-1)] \times [(x+1)-iy]}{[(x+1)+iy] \times [(x+1)-iy]}$$

$$= \frac{x^2+y^2-y-1+2iy-ix-i}{(x+1)^2+y^2}$$

$$= \frac{(x^2+y^2-y-1)}{(x+1)^2+y^2} + i \times \frac{(-x+2y-1)}{(x+1)^2+y^2}, \text{ avec } z \neq -1.$$

- Or  $\left(\frac{z-i-1}{z+1}\right) \in \mathbb{R}_+^*$  et  $z \neq -1$ .

D'où le système:

$$\begin{cases} z \neq -1 \\ \frac{-x+2y-1}{(x+1)^2+y^2} = 0 \\ \frac{x^2+y^2-y-1}{(x+1)^2+y^2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z \neq -1 \\ -x+2y-1=0 \\ x^2+y^2-y-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z \neq -1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z \neq -1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ x^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z \neq -1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ \frac{5}{4}x^2 > \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z \neq -1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ x^2 > \frac{3}{5} \end{cases}$$

- Au total, l'ensemble E des points M (z) est:

$$E = \left\{ (x; y) \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{cases} x + iy \neq -1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ x > \sqrt{\frac{3}{5}} \text{ ou } x < -\sqrt{\frac{3}{5}} \end{cases} \right\}$$