

www.freemaths.fr

1^{re}

Technologique Mathématiques

(STI2D)

Nombres Complexes
Partie Géométrique



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

L'ENSEMBLE DES POINTS M...

2

CORRECTION

Déterminons l'ensemble E des points M (z) tels que: $\left(\frac{z-i-1}{z+1}\right) \in \mathbb{R}$,
avec $z \neq -1$.

- Pour tout $z \neq -1$ avec $z = x + iy$, nous avons:

$$\frac{z-i-1}{z+1} = \frac{x+iy-i-1}{x+iy+1}$$

$$= \frac{(x-1)+i(y-1)}{(x+1)+iy}$$

$$= \frac{[(x-1)+i(y-1)] \times [(x+1)-iy]}{[(x+1)+iy] \times [(x+1)-iy]}$$

$$= \frac{x^2+y^2-y-1+2iy-ix-i}{(x+1)^2+y^2}$$

$$= \frac{(x^2+y^2-y-1)}{(x+1)^2+y^2} + i \times \frac{(-x+2y-1)}{(x+1)^2+y^2}, \text{ avec } z \neq -1.$$

- Or $\left(\frac{z-i-1}{z+1}\right) \in \mathbb{R}$ et $z \neq -1$.

D'où le système:
$$\begin{cases} z \neq -1 \\ \frac{-x + 2y - 1}{(x + 1)^2 + y^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z \neq -1 \\ -x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z \neq -1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Au total, l'ensemble E des points M (z) correspond: à la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$, privée du point A (-1).