1re Technologique Mathématiques

Taux de Variation, Nombre Dérivé

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA PENTE DE LA SÉCANTE (AB) — 1

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que: si $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f, A $(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$ deux points appartenant à $\mathscr{C}_f$, la pente P de la sécante (AB) est: $P = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

1. $f(x) = 7$ et $\mathcal{T}(0) = 0$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \dfrac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \dfrac{7 - 7}{3 - 1} = 0$.

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = 0$ signifie que $f'(x) = 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où:
- au point A, $f'(1) = 0$
- au point B, $f'(3) = 0$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(1) = 0 \text{ et } f'(3) = 0.$$

2. $f(x) = 3x$ et $\mathcal{T}(0) = 3$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{9 - 3}{3 - 1} = 3.$

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = 3$ signifie que $f'(x) = 3$, pour tout $x \in IR$.

D'où: • au point A, $f'(1) = 3$

• au point B, $f'(3) = 3$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(1) = 3 \text{ et } f'(3) = 3.$$

3. $f(x) = 4x^2$ et $\mathcal{T}(0) = 8x$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{36 - 12}{3 - 1} = 12.$

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = 8x$ signifie que $f'(x) = 8x$, pour tout $x \in IR$.

D'où: • au point A, $f'(1) = 8$

• au point B, $f'(3) = 24$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(1) = 8 \text{ et } f'(3) = 24.$$

4. $f(x) = 7x^3$ et $\mathcal{T}(0) = 21x^2$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \dfrac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \dfrac{189 - 7}{3 - 1} = 91.$

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = 21x^2$ signifie que $f'(x) = 21x^2$, pour tout $x \in IR$.

D'où:
- au point A, $f'(1) = 21$
- au point B, $f'(3) = 189.$

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(1) = 21 \text{ et } f'(3) = 189.$$

5. $f(x) = \dfrac{6}{x}$ et $\mathcal{T}(0) = -\dfrac{6}{x^2}$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \dfrac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \dfrac{2 - 6}{3 - 1} = -2.$

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = -\dfrac{6}{x^2}$ signifie que $f'(x) = -\dfrac{6}{x^2}$, pour tout $x \in IR^*$.

D'où:
- au point A, $f'(1) = -6$

- au point B, $f'(3) = -\frac{2}{3}$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(1) = -6 \text{ et } f'(3) = -\frac{2}{3}.$$

6. $f(x) = 12\sqrt{x}$ et $\tau(0) = \frac{6}{\sqrt{x}}$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{12\sqrt{3} - 12}{3 - 1} = 6(\sqrt{3} - 1)$.

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\tau(0) = \frac{6}{\sqrt{x}}$ signifie que $f'(x) = \frac{6}{\sqrt{x}}$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

D'où:
- au point A, $f'(1) = 6$
- au point B, $f'(3) = \frac{6}{\sqrt{3}}$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(1) = 6 \text{ et } f'(3) = \frac{6}{\sqrt{3}}.$$

7. $f(x) = -x + 51$ et $\tau(0) = -1$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{48 - 50}{3 - 1} = -1$.

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = -1$ signifie que $f'(x) = -1$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où:

- au point A, $f'(1) = -1$
- au point B, $f'(3) = -1$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(1) = -1 \quad \text{et} \quad f'(3) = -1.$$