1^{re} Technologique Mathématiques

Études de Fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA GLYCÉMIE

CORRECTION

1. Déterminons la glycémie du patient à jeun:

Il s'agit de calculer $f(t = 0)$, avec pour tout $t \in [\,0\,;3\,]$:

$$f(t) = 0,3t^3 - 1,8t^2 + 2,7t + 0,8.$$

D'où: $f(0) = 0,3 \times (0)^3 - 1,8 \times (0)^2 + 2,7 \times (0) + 0,8$

$$= 0,8 \ g.L^{-1}.$$

Ainsi, la glycémie du patient à jeun est égale à: $0,8 \ g.L^{-1}$.

2. a. Montrons que pour tout $t \in [\,0\,;3\,]$, $f'(t) = 0,9\,(t - 1)\,(t - 3)$:

• La fonction f est dérivable sur $[\,0\,;3\,]$, avec: $f(t) = 0,3t^3 - 1,8t^2 + 2,7t + 0,8$.

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[\,0\,;3\,]$:

$$f'(t) = 0,9t^2 - 3,6t + 2,7, \text{ pour tout } t \in [\,0\,;3\,].$$

• $0,9\,(t - 1)\,(t - 3) = 0,9\,(t^2 - 3t - t + 3)$

$$= 0,9t^2 - 3,6t + 2,7$$

$$= f'(t).$$

Donc pour tout $t \in [\,0\,;3\,]$, nous avons bien: $f'(t) = 0,9\,(t-1)\,(t-3)$.

2. b. b1. Étudions le signe de f' sur $[\,0\,;3\,]$:

f' admet donc 2 racines: $t_1 = 1$ et $t_2 = 3$.

D'où le tableau de signe de f' sur $[\,0\,;3\,]$ est:

t	0		1		3
$t-1$		$-$	0	$+$	
$t-3$		$-$		$-$	0
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0

Ainsi le signe de f' sur $[\,0\,;3\,]$ est:
- strictement positif sur $[\,0\,;1\,[$
- nul si $t = 1$ ou $t = 3$
- strictement négatif sur $]\,1\,;3\,]$.

2. b. b2. Dressons le tableau de variation de f:

Le tableau de variation de f sur $[\,0\,;3\,]$ est le suivant:

t	0		1		3
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	a	$\nearrow$	b	$\searrow$	c

, avec :
- $a = 0,8\ g.L^{-1}$
- $b = 2\ g.L^{-1}$
- $c = 0,8\ g.L^{-1}$.

Ainsi :
- f est croissante sur $[0 ; 1]$
- f est décroissante sur $[1 ; 3]$.

3. Déterminons au bout de combien d'heures la glycémie sera maximale et calculons la :

La fonction f est croissante sur $[0 ; 1]$ et décroissante sur $[1 ; 3]$.

Elle présente donc un maximum quand : **$t = 1$ heure.**

$f(1) = b = 2\ g.L^{-1}$.

Ainsi, au bout d' 1 heure la glycémie sera maximale et elle sera égale à $2\ g.L^{-1}$.