1re Technologique Mathématiques

Dérivées de Fonctions

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

DES TONNES DE BLÉ !

CORRECTION

1. Étudions les variations de la fonction Π :

Ici : • $\mathcal{D}_{\Pi} = [\,0\,;\,50\,]$,

• $\mathcal{D}_{\Pi'} = [\,0\,;\,50\,]$ car Π est dérivable sur $[\,0\,;\,50\,]$,

• pour tout $x \in [\,0\,;\,50\,]$, nous avons donc : $\Pi'(x) = -3x^2 + 20x + 3000$.

Nous savons que les racines de Π' sont :

Or : • $x_1 = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$

• $x_2 = \dfrac{10 - 10\sqrt{91}}{3}$.

Nous retiendrons uniquement x_1 car : • $x_1 \in [\,0\,;\,50\,]$

• $x_2 < 0$ et donc $x_2 \notin [\,0\,;\,50\,]$.

Distinguons 2 cas :

• $\Pi'(x) \leqslant 0$ ssi $-3x^2 + 20x + 3000 \leqslant 0$ cad ssi $x \in [\,x_1\,;\,50\,]$

• $\Pi'(x) \geqslant 0$ ssi $-3x^2 + 20x + 3000 \geqslant 0$ cad ssi $x \in [\,0\,;\,x_1\,]$.

Nous pouvons ainsi dresser le tableau de variations de la fonction Π :

x	0 $\qquad$ $x_1 = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$ $\qquad$ 50
$\Pi'(x)$	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$
$\Pi(x)$	$\nearrow$ a $\searrow$

, avec : • $a = \Pi(x_1)$.

Ainsi : • Π est croissante sur $\left[\, 0 \,;\, \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3} \,\right]$

• Π est décroissante sur $\left[\, \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3} \,;\, 50 \,\right]$.

2. Quelle quantité de blé l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un profit maximum ?

Ici, nous obtenons un seul extremum au point A d'abscisse $x = x_1 = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$.

Comme Π est croissante sur $[\, 0 \,;\, x_1 \,]$ et décroissante sur $[\, x_1 \,;\, 50 \,]$,

l'extremum au point A d'abscisse $x = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$ est : un maximum.

Pour réaliser un profit maximum, l'entreprise doit donc vendre une quantité de blé égale à : $x = \dfrac{10 + 10\sqrt{91}}{3}$ tonnes.

3. Déterminons alors le profit de l'entreprise :

Le profit maximum de l'entreprise sera alors de :

$$a = \pi \left(\frac{10 + 10\sqrt{91}}{3} \right) \text{ euros.}$$