www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Suites Numériques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SUITE À TERMES STRICTEMENT POSITIFS

CORRECTION

1. Calculons U_1, U_2 et U_3 :

a. $U_1 = \frac{1}{2^1}$ cad $U_1 = \frac{1}{2}$. $(0,5)$

b. $U_2 = \frac{2}{2^2}$ cad $U_2 = \frac{1}{2}$. $(0,5)$

c. $U_3 = \frac{3}{2^3}$ cad $U_3 = \frac{3}{8}$. $(0,375)$

2. Quel semble être le sens de variation de la suite (U_n) ?

Préalablement, notons que: $U_4 = \frac{4}{2^4}$ cad $U_4 = \frac{1}{4}$. $(0,25)$

Ainsi: " on pourrait, a priori, penser que la suite (U_n) est décroissante ".

3. Montrons que pour tout entier naturel non nul, $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leqslant 1$:

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, nous savons que: $U_n = \frac{n}{2^n}$.

Dans ces conditions, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{\frac{(n+1)}{2^{(n+1)}}}{\frac{n}{2^n}}$$

$$= \frac{2^n \times (n+1)}{2^{(n+1)} \times n}$$

$$= \frac{n+1}{2n}.$$

Ainsi, $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leqslant 1$ ssi: $\frac{n+1}{2n} \leqslant 1$ **cad** $n+1 \leqslant 2n$ **ou encore** $n-1 \geqslant 0$.

Or $n - 1 \geqslant 0$ revient à dire que $n \geqslant 1$ ce qui est bien vérifié car $n \in \mathbb{N}^*$.

En conclusion: **oui, pour tout entier naturel n non nul, nous avons bien $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leqslant 1$.**

4. Concluons:

Comme (U_n) est une suite à termes strictement positifs et que $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leqslant 1$,

nous pouvons affirmer que: **la suite (U_n) est décroissante sur $\mathbb{N}^*$.** **($U_{n+1} - U_n \leqslant 0$)**