

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Suites Numériques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# CROISSANTE OU DÉCROISSANTE ?

## CORRECTION

Déterminons le sens de variation de la suite  $(U_n)$  sur  $\mathbb{N}^*$ :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par:  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ .

$f$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$  et nous avons pour tout  $x$  appartenant à  $]0; +\infty[$ :

$$f'(x) = 2x - 2.$$

Distinguons 2 cas: •  $f'(x) \leq 0$  ssi  $x \leq 1$ ,

•  $f'(x) \geq 0$  ssi  $x \geq 1$ .

$f$  est donc: • décroissante sur  $]0; 1]$ ,

• croissante sur  $[1; +\infty[$ .

Nous pouvons alors dresser le tableau de variations suivant:

$x$	0	1	$+\infty$
$f'$		-	+
$f$			$+\infty$

Diagramme de variation: une double ligne verticale est tracée à  $x=0$ . Une flèche descendante part de la ligne  $x=0$  et pointe vers le chiffre  $0$  situé sous la colonne  $x=1$ . Une flèche ascendante part de ce  $0$  et pointe vers le  $+\infty$  situé sous la colonne  $x=+\infty$ .

D'après le cours: " lorsque  $U_n = f(n)$ ,  $f$  étant une fonction définie sur  $]0; +\infty[$ , les variations de la suite  $(U_n)$  suivent celles de  $f$ . "

Ici, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ :  $U_n = n^2 - 2n + 1$

ou encore:  $f(n) = n^2 - 2n + 1$ .

Ainsi, pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}^*$ : la suite  $(U_n)$  a le même sens de variation que la fonction  $f$  sur  $]1; +\infty[$ .

La suite  $(U_n)$  est donc: **croissante sur  $\mathbb{N}^*$** .