

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Suites Numériques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

2 SUITES EN n et $(n + 1)$

CORRECTION

1. Calculons U_{n+1} et V_{n+1} en fonction de n :

$$\begin{aligned} \bullet U_{n+1} &= ((n+1) + 2)^2 \\ &= (n+3)^2. \end{aligned}$$

$$\text{D'où: } U_{n+1} = n^2 + 6n + 9.$$

$$\begin{aligned} \bullet V_{n+1} &= (-1)^{(n+1)} \times (n+1) \\ &= (-1) \times (-1)^n \times (n+1) \\ &= (-1) \times (-1)^n \times n + (-1) \times (-1)^n \times 1. \end{aligned}$$

$$\text{D'où: } V_{n+1} = -(-1)^n \times n - (-1)^n.$$

2. Montrons que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = U_n + 2n + 5$:

$$\text{Pour tout entier naturel } n, \text{ nous savons que: } U_{n+1} = n^2 + 6n + 9.$$

$$\text{Or: } U_n = (n+2)^2 \text{ cad } U_n = n^2 + 4n + 4.$$

$$\text{Dans ces conditions: } U_{n+1} - U_n = (n^2 + 6n + 9) - (n^2 + 4n + 4)$$

$$\text{cad: } U_{n+1} - U_n = 2n + 5.$$

Ainsi, nous avons bien: $U_{n+1} = U_n + 2n + 5$.

3. Déterminons l'entier naturel n tel que $U_n = 9$:

$$U_n = 9 \Leftrightarrow (n+2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (n+2)^2 = 3^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n+2 = 3 \\ \text{ou} \\ n+2 = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \in \mathbb{N} \\ \text{ou} \\ n = -5 \notin \mathbb{N} \end{cases}.$$

Ainsi, l'entier naturel n tel que $U_n = 9$ est: $n = 1$.

4. Déterminons l'entier naturel n tel que $V_n = 4$:

$$V_n = 4 \Leftrightarrow (-1)^n \times n = 4.$$

Comme "4" est un nombre strictement positif, "n" doit être pair afin que $(-1)^n = 1$.

Dans ce cas, on trouve: $n = 4$ ($(-1)^4 \times 4 = 4$).