1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Suites Géométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE SUITE À PARTIR D'UNE SUITE... 4

CORRECTION

1. Calculons U_2, U_3 et U_4:

- $U_2 = 3\ U_1 - 2\ U_0$, cad: $U_2 = 15$.
- $U_3 = 3\ U_2 - 2\ U_1$, cad: $U_3 = 31$.
- $U_4 = 3\ U_3 - 2\ U_2$, cad: $U_4 = 63$.

2. a. Déterminons les valeurs de V_0, t_0, V_1 et t_1:

- $V_0 = U_1 - U_0$, cad: $V_0 = 4$.
- $t_0 = U_1 - 2\ U_0$, cad: $t_0 = 1$.
- $V_1 = U_2 - U_1$, cad: $V_1 = 8$.
- $t_1 = U_2 - 2\ U_1$, cad: $t_1 = 1$.

2. b. Déterminons V_n, t_n, et $t_n - V_n$ en fonction de n:

En ce qui concerne (V_n):

Pour tout entier naturel n: $V_n = U_{n+1} - U_n$.

D'où: $V_{n+1} = U_{n+2} - U_{n+1}$

$= (3\ U_{n+1} - 2\ U_n) - (U_{n+1})$

$= 2\ U_{n+1} - 2\ U_n$

$= 2\ (U_{n+1} - U_n) = (2\ V_n).$

Donc: $V_{n+1} = 2\ V_n,\ n \in \mathbb{N}.$

Ainsi, la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $V_0 = 4$: $V_n = 4 \times (2)^n,\ n \in \mathbb{N}.$

En ce qui concerne (t_n):

Pour tout entier naturel n: $t_n = U_{n+1} - 2\ U_n.$

D'où: $t_{n+1} = U_{n+2} - 2\ U_{n+1}$

$= (3\ U_{n+1} - 2\ U_n) - (2\ U_{n+1})$

$= U_{n+1} - 2\ U_n = (t_n).$

Donc: $t_{n+1} = t_n = t_{n-1} = ... = t_1 = t_0 = 1.$

Ainsi, la suite (t_n) est une suite constante ou stationnaire: $t_n = 1,\ n \in \mathbb{N}.$

En ce qui concerne $t_n - V_n$:

Pour tout entier naturel n: $t_n - V_n = 1 - 4 \times (2)^n,\ n \in \mathbb{N}.$

3. Déduisons-en U_n en fonction de n:

Pour tout entier naturel n, nous remarquons que:

$t_n - V_n = (U_{n+1} - 2\ U_n) - (U_{n+1} - U_n)$

$= -U_n.$

Donc: $U_n = -(t_n - V_n)$ cad $U_n = 4 \times (2)^n - 1,\ n \in \mathbb{N}.$