

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Suites Géométriques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# UNE SUITE À PARTIR D'UNE SUITE...

/

## CORRECTION

1.  $(U_n)$  est-elle une suite géométrique ?

D'après le cours, une suite  $(U_n)$  est géométrique ssi pour tout entier naturel  $n$ :

a. elle s'écrit sous la forme  $U_n = U_0 \times q^n$

b.  $\frac{U_1}{U_0} = \frac{U_2}{U_1} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{U_{n+1}}{U_n}$ , avec  $U_0 \neq 0$ .

a. Exprimons  $U_{n+1}$  en fonction de  $U_n$ :

$$\begin{aligned}U_{n+1} &= x_{n+1} + \frac{1}{2} \\ &= (3x_n + 1) + \frac{1}{2} \\ &= 3 \left( x_n + \frac{1}{2} \right).\end{aligned}$$

Ainsi:  $U_{n+1} = 3 U_n$  car  $U_n = x_n + \frac{1}{2}$ .

De plus, comme  $U_0 = x_0 + \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ , nous pouvons aussi écrire:  $U_n = \frac{15}{2} \times 3^n$ .

$$b. \frac{u_1}{u_0} = \frac{u_2}{u_1} = \dots = \frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{u_{n+1}}{u_n} ?$$

$$\text{Ici: } u_0 = \frac{15}{2}, u_1 = \frac{45}{2} \text{ et } u_2 = \frac{135}{2}.$$

$$\text{Dans ces conditions: } \frac{u_1}{u_0} = 3, \frac{u_2}{u_1} = 3, \dots, \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$$

$$\text{et donc: } \frac{u_1}{u_0} = \frac{u_2}{u_1} = \dots = \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3.$$

Au total, la suite  $(u_n)$  est bien une suite géométrique de raison  $q = 3$  et de premier terme  $u_0 = \frac{15}{2}$ :  $u_n = \frac{15}{2} \cdot 3^n, n \in \mathbb{N}$ .

2. Déduisons-en  $x_n$  en fonction de  $n$ :

$$\text{Nous savons que: } u_n = x_n + \frac{1}{2}.$$

$$\text{D'où: } x_n = u_n - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ainsi: } x_n = \frac{15}{2} \cdot 3^n - \frac{1}{2}, \text{ pour tout entier naturel } n.$$

La suite  $(x_n)$  est dite: suite arithmético-géométrique.