

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Suites Géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA SOCIÉTÉ D'ASCENSEURS

CORRECTION

1. Combien d'interventions à prévoir en 2020 et 2021 ?

- D'après l'énoncé:
- " le nombre d'interventions augmente de 4% par an "
 - " en 2019, 20 salariés = 1200 interventions "

Dans ces conditions:

- En 2020

le nombre d'interventions (NI) est:

$$NI_{2020} = 1200 + 4\% \times 1200 = 1248;$$

- En 2021

le nombre d'interventions (NI) est:

$$NI_{2021} = 1248 + 4\% \times 1248 \approx 1298.$$

2. a. a1. Pour tout entier naturel n , montrons que $U_{n+1} = 1,04 U_n$:

- D'après l'énoncé, en 2019, 1200 interventions ont eu lieu.

D'où: $U_0 = 1200$ interventions.

- De plus, chaque année, le nombre d'interventions évolue comme suit:

" il augmente de 4% ".

- Soient:
- U_{n+1} , le nombre annuel d'interventions effectuées par la société durant l'année 2019 + (n + 1),
 - U_n , le nombre annuel d'interventions effectuées par la société durant l'année 2019 + n.

Pour tout entier naturel n:

$$U_{n+1} = U_n + 4\% \times U_n \Leftrightarrow U_{n+1} = 1,04 U_n$$

Au total, nous avons bien: $U_{n+1} = 1,04 U_n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. a. a2. Déduisons-en la nature de la suite (U_n) :

Pour tout entier naturel n: $U_{n+1} = 1,04 U_n$.

(U_n) est par conséquent une suite géométrique de raison $q = 1,04$ et de premier terme $U_0 = 1200$ interventions.

2. b. Exprimons U_n en fonction de n:

Comme $U_{n+1} = 1,04 U_n$, d'après le cours nous pouvons affirmer que:

$$U_n = q^n \times U_0 \text{ cad } U_n = (1,04)^n \times 1200.$$

3. Déterminons en quelle année l'entreprise devra embaucher un nouveau salarié:

D'après l'énoncé, nous savons qu'en 2019: 20 salariés = 1200 interventions.

Pour embaucher un nouveau salarié, le nombre d'interventions doit être égal à 1400.

Il s'agit donc ici de déterminer en quelle année le nombre d'interventions sera égal à 1400.

- Nous avons:
- $U_0 = 1200$ interventions (2019)
 - $U_1 = 1248$ interventions (2020)
 - $U_2 \approx 1298$ interventions (2021)
 - $U_3 \approx 1350$ interventions (2022)
 - $U_4 \approx 1404$ interventions (2023).

2023 est donc l'année où l'entreprise devra embaucher un nouveau salarié.

4. Déterminons combien de salariés comptera l'entreprise en 2049:

En 2049, il y aura 3866 interventions.

$3866 - 1200 = 2666$ interventions supplémentaires après 2019.

Or l'entreprise décide d'embaucher un nouveau salarié à chaque palier de 200.

Dans ces conditions: $\frac{2666}{200} = 13,33 \approx 14$ salariés.

14 nouveaux salariés seront embauchés par la société d'ascenseurs en 2049.

Ainsi, en 2049, l'entreprise comptera un total de: 34 salariés.