

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Suites Géométriques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# INVESTIR SUR L'ORÉAL

## CORRECTION

1. Déterminons la valeur  $U_0$  du portefeuille de Jean le 1<sup>er</sup> janvier 2020:

Le 1<sup>er</sup> janvier 2020, Jean détient 500 actions L'ORÉAL au prix de 40 € l'action.

Donc la valeur de son portefeuille est de:  $U_0 = 500 \times 40 = 20000$  €.

2. a. La valeur du portefeuille le 1<sup>er</sup> janvier 2021 ?

La valeur du portefeuille de Jean le 1<sup>er</sup> janvier 2021 sera de:

$$U_1 = (U_0 + 12\% \times U_0) + (1 \times 1 \text{ €} \times 500) \text{ cad } U_1 = 22900 \text{ €}.$$

$\downarrow$   
 $U_0 \times (1 + 12\%)$

$\downarrow$   
 dividende

2. b. La valeur du portefeuille le 1<sup>er</sup> janvier 2022 ?

La valeur du portefeuille de Jean le 1<sup>er</sup> janvier 2022 sera de:

$$U_2 = (U_0 \times (1 + 12\%)^2) + (2 \times 1 \text{ €} \times 500) \text{ cad } U_2 = 26088 \text{ €}.$$

3. Exprimons  $U_{n+1}$  en fonction de  $U_n$  pour tout entier naturel  $n$ :

Pour tout entier naturel  $n$ :

$$U_{n+1} = ((1 + 12\%) \times U_n) + (500 \times 1 \text{ €}) \text{ cad } U_{n+1} = 1,12 \times U_n + 500.$$

#### 4. Déduisons-en $U_n$ en fonction de $n$ :

Pour tout entier naturel  $n$ :

$$U_n = ((1 + 12\%)^n \times U_0) + (n \times 500 \times 1 \text{ €}) \text{ cad } U_n = 20000 \times (1,12)^n + 500n.$$

#### 5. a. Montrons que $(V_n)$ est une suite géométrique:

Nous savons que pour tout entier naturel  $n$ :

- $U_n = 20000 \times (1,12)^n + 500n$

- $V_n = U_n - 500n.$

Dans ces conditions:  $V_n = 20000 \times (1,12)^n.$

Ainsi: la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = 1,12$  et de premier terme  $V_0 = U_0 - 500 \times 0 = 20000 \text{ €}.$

#### 5. b. Interprétons les suites $(U_n)$ et $(V_n)$ :

- La suite  $(U_n)$  correspond à la valeur du portefeuille de Jean l'année " $n$ ", avec une progression de 12% par an du cours de l'action L'ORÉAL et une distribution de dividende de 1 € chaque année.
- La suite  $(V_n)$  correspond à la valeur du portefeuille de Jean l'année " $n$ ", avec une progression de 12% par an du cours de l'action L'ORÉAL et aucune distribution de dividende.

#### 5. c. Déterminons la valeur du portefeuille de Jean le 1<sup>er</sup> janvier 2031:

Ici, il s'agit de calculer  $U_{11}$ .

Or:  $U_{11} = 20000 \times (1,12)^{11} + 500 \times 11.$

Ainsi, la valeur du portefeuille de Jean le 1<sup>er</sup> janvier 2031 sera de:

$$U_{11} = 75070 \text{ €}.$$