

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Suites Géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

INVESTIR SUR L'ORÉAL

CORRECTION

1. Déterminons la valeur U_0 du portefeuille de Jean le 1^{er} janvier 2020:

Le 1^{er} janvier 2020, Jean détient 500 actions L'ORÉAL au prix de 40 € l'action.

Donc la valeur de son portefeuille est de: $U_0 = 500 \times 40 = 20000 \text{ €}$.

2. a. La valeur du portefeuille le 1^{er} janvier 2021 ?

La valeur du portefeuille de Jean le 1^{er} janvier 2021 sera de:

$$U_1 = (U_0 + 12\% \times U_0) + (1 \times 1 \text{ €} \times 500) \text{ cad } U_1 = 22900 \text{ €}.$$

\downarrow
 $U_0 \times (1 + 12\%)$

\downarrow
 dividende

2. b. La valeur du portefeuille le 1^{er} janvier 2022 ?

La valeur du portefeuille de Jean le 1^{er} janvier 2022 sera de:

$$U_2 = (U_0 \times (1 + 12\%)^2) + (2 \times 1 \text{ €} \times 500) \text{ cad } U_2 = 26088 \text{ €}.$$

3. Exprimons U_{n+1} en fonction de U_n pour tout entier naturel n :

Pour tout entier naturel n :

$$U_{n+1} = ((1 + 12\%) \times U_n) + (500 \times 1 \text{ €}) \text{ cad } U_{n+1} = 1,12 \times U_n + 500.$$

4. Déduisons-en U_n en fonction de n :

Pour tout entier naturel n :

$$U_n = ((1 + 12\%)^n \times U_0) + (n \times 500 \times 1 \text{ €}) \text{ cad } U_n = 20000 \times (1,12)^n + 500n.$$

5. a. Montrons que (V_n) est une suite géométrique:

Nous savons que pour tout entier naturel n :

- $U_n = 20000 \times (1,12)^n + 500n$

- $V_n = U_n - 500n.$

Dans ces conditions: $V_n = 20000 \times (1,12)^n.$

Ainsi: la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,12$ et de premier terme $V_0 = U_0 - 500 \times 0 = 20000 \text{ €}.$

5. b. Interprétons les suites (U_n) et (V_n) :

- La suite (U_n) correspond à la valeur du portefeuille de Jean l'année " n ", avec une progression de 12% par an du cours de l'action L'ORÉAL et une distribution de dividende de 1 € chaque année.
- La suite (V_n) correspond à la valeur du portefeuille de Jean l'année " n ", avec une progression de 12% par an du cours de l'action L'ORÉAL et aucune distribution de dividende.

5. c. Déterminons la valeur du portefeuille de Jean le 1^{er} janvier 2031:

Ici, il s'agit de calculer U_{11} .

Or: $U_{11} = 20000 \times (1,12)^{11} + 500 \times 11.$

Ainsi, la valeur du portefeuille de Jean le 1^{er} janvier 2031 sera de:

$$U_{11} = 75070 \text{ €}.$$