1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Suites Géométriques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ENCORE DES SOMMES !

CORRECTION

Calculons S_1, S_2, S_3 et S_4:

D'après le cours, pour tout entier naturel n non nul et $q \neq 1$:

$$1 + q + q^2 + q^3 + \ldots + q^n = \frac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}.$$

1. $S_1 = 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$:

Nous avons:

$$S_1 = [\, 1 + 2 + (2)^2 + (2)^3 + (2)^4 \,] + \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \left(\frac{1}{2}\right)^7\right]$$

$(q = 2)$ $\qquad\qquad$ $\left(q = \frac{1}{2}\right)$

$$= \left[\frac{1 - 2^5}{1 - 2}\right] + \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \frac{1}{2}} - 1\right]$$

$$= [\, 2^5 - 1 \,] + \left[2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^8 - 1\right]$$

$$= [2^5 - 1] + \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7\right].$$

D'où: $S_1 = 32 - \frac{1}{128}.$

2. $S_2 = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 + 3 + 9 + 27 + 81$:

Nous avons: $S_2 = \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^3\right] + [1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4]$

$\left(q = \frac{1}{3}\right)$ $(q = 3)$

$$= \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^4}{1 - \frac{1}{3}} - 1\right] + \left[\frac{1 - 3^5}{1 - 3}\right]$$

$$= \left[\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^4 - 1\right] + \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 3^5\right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^3\right] + \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 3^5\right].$$

D'où: $S_2 = \frac{1}{2} \times \left(3^5 - \left(\frac{1}{3}\right)^3\right)$ *ou* $S_2 = \frac{1}{2} \times \left(243 - \frac{1}{27}\right).$

3. $S_3 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81}$:

Nous avons: $S_3 = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^4$

$\left(q = -\frac{1}{3}\right)$

$$= \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^5}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^5$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{3}\right)^4.$$

D'où: $S_3 = \frac{3}{4} - \frac{1}{324}$.

4. $S_4 = 1 - 10 + 10^2 - 10^3 + 10^4 - 10^5 + 10^6 - 10^7$:

Nous avons: $S_4 = 1 + (-10) + (-10)^2 + (-10)^3 + (-10)^4 + (-10)^5 + (-10)^6 + (-10)^7$

$(q = -10)$

$$= \frac{1 - (-10)^8}{1 + 10}$$

$$= \frac{1}{11} - \frac{1}{11} \times 10^8.$$

D'où: $S_4 = 9080909$.