

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Suites Géométriques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ALAIN ET BÉRENGÈRE

CORRECTION

1. Vérifions que $a_1 = 19760$ et calculons a_2 :

Soit a_n le salaire annuel en € d'Alain durant l'année $2020 + n$.

D'après l'énoncé, le salaire initial d'Alain est de 19000 € et ce dernier augmentera de 4% chaque année.

Dans ces conditions: • $a_0 = 19000$ € (2020 = année de base = année 0)

$$\bullet a_{n+1} = a_n + 4\% \times a_n \text{ cad } a_{n+1} = (1,04) \times a_n.$$

D'où: • $a_1 = 1,04 \times a_0$ cad $a_1 = 19760$ €

$$\bullet a_2 = 1,04 \times a_1 \text{ cad } a_2 = 20550,4 \text{ €}.$$

Ainsi, nous avons bien $a_1 = 19760$ € et $a_2 = 20550,4$ €.

2. Déterminons la nature de la suite (a_n) :

Soit a_n le salaire annuel en € d'Alain durant l'année $2020 + n$, avec $a_0 = 19000$ € (salaire initial).

Nous savons que le salaire initial d'Alain augmentera de 4% chaque année.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire:

$$a_{n+1} = a_n + 4\% \times a_n \quad \text{cad} \quad a_{n+1} = (1,04) \times a_n, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

(a_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 1,04$ et de premier terme $a_0 = 19000\text{€}$: $a_n = (1,04)^n \times 19000$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

3. Recopions et complétons le script Python:

Le script Python complété est le suivant:

```
def salaire_alain (n):

    a = 19000

    for i in range (n):

        a = 1.04 * a

    return n
```

4. a. Déterminons la nature de la suite (b_n) :

Soit b_n le salaire annuel de Bérangère durant l'année $2020 + n$, avec $b_0 = 20000\text{€}$ (salaire initial).

Nous savons que chaque année, il y aura une augmentation de 700€ de son salaire annuel.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire:

$$b_{n+1} = b_n + 700, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

(b_n) est donc une suite arithmétique de raison $r = 700\text{€}$ et de premier terme $b_0 = 20000\text{€}$: $b_n = 20000 + 700 \times n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

4. b. Est-il possible que le salaire d'Alain dépasse celui de Bérangère ?

D'après les données de la fonction salaire_alain (n) et de la feuille de calculs de Bérangère, nous avons:

n	a_n	b_n
0	19000€	20000€
1	19760€	20700€
2	20550,4€	21400€
3	21372€	22100€
4	22227€	22800€
5	23116€	23500€
6	24041€	24200€
7	25002€	24900€
8	26002€	25600€
9	27042€	26300€

Oui, il est possible que le salaire d'Alain dépasse celui de Bérangère: cela se produira l'année 7 **cad** en 2027.