

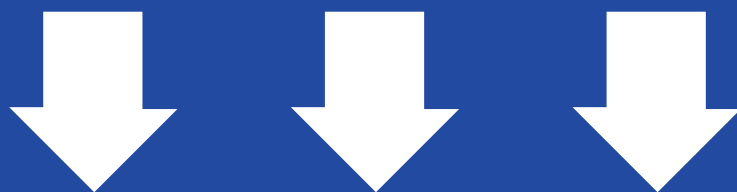
www.freemaths.fr

1<sup>ère</sup>

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Suites Arithmétiques



MINI COURS

## A. Définition d'une suite arithmétique :

Soit  $U_0$  un nombre réel. Une suite  $(U_n)$  de premier terme  $U_0$  est arithmétique s'il existe un nombre réel  $r$  tel que, pour tout entier naturel  $n$  :

$$U_{n+1} = U_n + r.$$

Le nombre réel  $r$  est appelé **raison de la suite**  $(U_n)$ .

## B. Propriétés des suites arithmétiques :

- $(U_n)$  est la suite arithmétique de premier terme  $U_0$  et de raison  $r$  ssi pour tout entier naturel  $n$  :  $U_n = U_0 + n r$ .
- Une suite  $(U_n)$  est arithmétique ssi pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_{n+1} - U_n$  est indépendant de  $n$  :  $U_{n+1} - U_n = c$ ,  $c$  étant une constante.
- Soit une suite  $(U_n)$  arithmétique de raison  $r$ , alors pour tous entiers naturels  $n$  et  $p$  :  $U_n - U_p = (n - p) r$  ou  $U_n = U_p + (n - p) r$ .
- Soit une suite  $(U_n)$  arithmétique de raison  $r$ , alors pour tout entier naturel  $n$  :
  - $U_n = U_0 + n r$
  - $U_n = U_1 + (n - 1) r$
  - $U_n = U_2 + (n - 2) r$
  - $U_n = U_3 + (n - 3) r$  etc ...

## C. Calcul de $1 + 2 + 3 + \dots + n$ :

## 1. Formule :

Pour tout entier naturel  $n$  non nul :  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

## 2. Application 1 :

Soit la suite arithmétique  $(U_n)$  de raison  $r$  et de premier terme  $U_0$ , et  $n$  un entier naturel non nul :  $U_0 + U_1 + \dots + U_n = (n+1) \times \left[ \frac{U_0 + U_n}{2} \right]$ .

## 3. Application 2 :

Soit la suite arithmétique  $(U_n)$  de raison  $r$ , alors pour tous entiers naturels

$n$  et  $p$  :  $U_p + U_{p+1} + \dots + U_n = \frac{(n-p+1) \times (U_p + U_n)}{2}$ .

## D. Sens de variation d'une suite arithmétique :

Soit la suite arithmétique  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  et de raison  $r$ , nous avons :

|         |   |  |                    |
|---------|---|--|--------------------|
| $r > 0$ | $(U_n)$ est croissante sur $\mathbb{N}$                                 | $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ | <b>Divergente</b>  |
| $r < 0$ | $(U_n)$ est décroissante sur $\mathbb{N}$                               | $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$ | <b>Divergente</b>  |
| $r = 0$ | $(U_n)$ est constante sur $\mathbb{N}$<br>$(U_n = c, c \in \mathbb{R})$ | $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = c$       | <b>Convergente</b> |