www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Suites Arithmétiques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA SUITE EST-ELLE ARITHMÉTIQUE ?

CORRECTION

1. La suite (U_n) est-elle arithmétique ?

D'après le cours, une suite (U_n) est arithmétique ssi pour tout entier naturel n:

$U_{n+1} - U_n$ est indépendant de n cad: $U_{n+1} - U_n = c$, c étant une constante.

a. $U_n = 3n - 5$:

Ici: $U_{n+1} - U_n = [3(n+1) - 5] - [3n - 5]$

$= 3. \quad (= r)$

Comme $U_{n+1} - U_n = 3$ (indépendant de n): (U_n) est bien une suite arithmétique.

b. $U_n = -2n + 4$:

Ici: $U_{n+1} - U_n = [-2(n+1) + 4] - [-2n + 4]$

$= -2. \quad (= r)$

Comme $U_{n+1} - U_n = -2$ (indépendant de n): (U_n) est bien une suite arithmétique.

c. $U_n = \frac{5}{2} n + \frac{1}{3}$:

Ici: $U_{n+1} - U_n = \left[\frac{5}{2}(n+1) + \frac{1}{3}\right] - \left[\frac{5}{2} n + \frac{1}{3}\right]$

$$= \frac{5}{2}. \quad (= r)$$

Comme $U_{n+1} - U_n = \frac{5}{2}$ (indépendant de n): (U_n) est bien une suite arithmétique.

d. $U_n = -\frac{4}{5} n + 12$:

Ici: $U_{n+1} - U_n = \left[-\frac{4(n+1)}{5} + 12\right] - \left[-\frac{4}{5} n + 12\right]$

$$= -\frac{4}{5}. \quad (= r)$$

Comme $U_{n+1} - U_n = -\frac{4}{5}$ (indépendant de n): (U_n) est bien une suite arithmétique.

2. Donnons le premier terme U_0 et la raison r de la suite (U_n):

D'après le cours, une suite arithmétique (U_n) de premier terme U_0 et de raison r, pour tout entier naturel n, s'écrit: $U_n = U_0 + n\,r$.

a. $U_n = 3n - 5$:

Par identification: $U_0 = -5$ et $r = 3$.

Et nous pouvons écrire: $U_{n+1} = U_n + 3$, avec $U_0 = -5$.

b. $U_n = -2n + 4$:

Par identification: $U_0 = 4$ et $r = -2$.

Et nous pouvons écrire: $U_{n+1} = U_n - 2$, avec $U_0 = 4$.

c. $U_n = \frac{5}{2} n + \frac{1}{3}$:

Par identification: $U_0 = \frac{1}{3}$ et $r = \frac{5}{2}$.

Et nous pouvons écrire: $U_{n+1} = U_n + \frac{5}{2}$, avec $U_0 = \frac{1}{3}$.

d. $U_n = -\frac{4}{5}n + 12$:

Par identification: $U_0 = 12$ et $r = -\frac{4}{5}$.

Et nous pouvons écrire: $U_{n+1} = U_n - \frac{4}{5}$, avec $U_0 = 12$.

3. Est-elle convergente ? divergente ?

D'après le cours, soit une suite arithmétique (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ et de raison r:

- si $r > 0$: (U_n) est divergente
- si $r < 0$: (U_n) est divergente
- si $r = 0$: (U_n) est convergente.

a. $U_n = 3n - 5$:

Comme $r = 3 > 0$: (U_n) est divergente.

b. $U_n = -2n + 4$:

Comme $r = -2 < 0$: (U_n) est divergente.

c. $U_n = \frac{5}{2}n + \frac{1}{3}$:

Comme $r = \frac{5}{2} > 0$: (U_n) est divergente.

d. $U_n = -\frac{4}{5}n + \frac{1}{3}$:

Comme $r = -\frac{4}{5} < 0$: (U_n) est divergente.