

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Suites Arithmétiques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ARITHMÉTIQUE OU PAS ?

CORRECTION

D'après le cours, une suite (U_n) est arithmétique ssi pour tout entier naturel n :

$U_{n+1} - U_n$ est indépendant de n cad: $U_{n+1} - U_n = c$, c étant constante.

a. $U_n = n^2 + 3$ est-elle arithmétique ?

$$\begin{aligned} \text{Ici: } U_{n+1} - U_n &= [(n+1)^2 + 3] - [n^2 + 3] \\ &= [n^2 + 2n + 1 + 3] - [n^2 + 3] \\ &= 2n + 1. \end{aligned}$$

Comme $U_{n+1} - U_n$ est fonction de n : (U_n) n'est pas une suite arithmétique.

b. $U_n = \frac{n+7}{6}$ est-elle arithmétique ?

$$\begin{aligned} \text{Ici: } U_{n+1} - U_n &= \left[\frac{(n+1)+7}{6} \right] - \left[\frac{n+7}{6} \right] \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Comme $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{6}$ (indépendant de n): (U_n) est une suite arithmétique.

c. $U_n = 3 - \frac{1}{n+1}$ est-elle arithmétique ?

$$\begin{aligned} \text{Ici: } U_{n+1} - U_n &= \left[3 - \frac{1}{(n+1)+1} \right] - \left[3 - \frac{1}{n+1} \right] \\ &= \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \\ &= \frac{1}{(n+1)(n+2)}. \end{aligned}$$

Comme $U_{n+1} - U_n$ est fonction de n : (U_n) n'est pas une suite arithmétique.

d. $U_n = n\sqrt{3}$ est-elle arithmétique ?

$$\begin{aligned} \text{Ici: } U_{n+1} - U_n &= [(n+1)\sqrt{3}] - [n\sqrt{3}] \\ &= \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Comme $U_{n+1} - U_n = \sqrt{3}$ (indépendant de n): (U_n) est une suite arithmétique.

e. $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = U_n + 2n \end{cases}$ est-elle arithmétique ?

$$\text{Ici: } U_{n+1} - U_n = 2n.$$

Comme $U_{n+1} - U_n$ est fonction de n : (U_n) n'est pas une suite arithmétique.

f. $\begin{cases} U_1 = 0 \\ U_{n+1} = 3U_n + 4 \end{cases}$ est-elle arithmétique ?

$$\begin{aligned} \text{Ici: } U_{n+1} - U_n &= [3U_n + 4] - U_n \\ &= 2U_n + 4. \end{aligned}$$

Comme $U_{n+1} - U_n$ est fonction de n (via U_n): (U_n) n'est pas une suite arithmétique.

g. $\begin{cases} U_1 = -3 \\ U_{n+1} = U_n - 10 \end{cases}$ est-elle arithmétique ?

Ici: $U_{n+1} - U_n = [U_n - 10] - U_n$
 $= -10.$

Comme $U_{n+1} - U_n = -10$ (indépendant de n): (U_n) est une suite arithmétique.