

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Suites Arithmétiques



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# 1 SUITE, 2 SOMMES

## CORRECTION

1. Exprimons  $U_n$  en fonction de  $n$ , pour tout entier naturel  $n$ :

Ici:  $(U_n)$  a pour raison  $r = 4$  et premier terme  $U_0 = 7$ .

D'où, pour tout entier naturel  $n$ :  $U_n = 7 + 4n$  ou  $U_{n+1} = U_n + 4$ , avec  $U_0 = 7$ .

2. a. Justifions que  $U_0 + U_1 + \dots + U_{20} = U_0 \times 21 + r(1 + 2 + \dots + 20)$ :

$$\begin{aligned} U_0 + U_1 + \dots + U_{20} &= U_0 + (U_0 + r) + (U_0 + r) + (U_0 + r) + \dots + (U_0 + r) \\ &= U_0 + (U_0 + r) + (U_0 + 2r) + (U_0 + 3r) + \dots + (U_0 + 20r) \\ &= U_0 \times 21 + r(1 + 2 + 3 + \dots + 20). \end{aligned}$$

Ainsi:  $U_0 + U_1 + \dots + U_{20} = U_0 \times 21 + r(1 + 2 + 3 + \dots + 20)$ .

2. b. Déduisons-en la valeur de cette somme:

D'après le cours, nous savons que:  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

$$\begin{aligned} \text{Dans ces conditions: } 1 + 2 + 3 + \dots + 20 &= \frac{20 \times 21}{2} \\ &= 210. \end{aligned}$$

De plus:  $U_0 = 7$  et  $r = 4$ .

D'où:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{20} = 7 \times 21 + 4 \times 210 = 987.$

3. a. Calculons  $U_0 + U_1 + \dots + U_{100}$ :

D'après le cours, soit une suite arithmétique  $(U_n)$  de raison  $r$  et de premier terme  $U_0$ , pour tout entier naturel non nul  $n$ :

$$U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n = (n + 1) \times \left[ \frac{U_0 + U_n}{2} \right].$$

D'où ici:  $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{100} = 101 \times \left[ \frac{7 + (7 + 4 \times 100)}{2} \right] = 20907.$

(car:  $U_0 = 7$  et  $U_n = 7 + 4n$ )

3. b. Calculons  $U_{50} + U_{51} + U_{52} + \dots + U_{100}$ :

D'après le cours, soit une suite arithmétique  $(U_n)$ , alors pour tous entiers naturels  $n$  et  $p$ :

$$U_p + U_{p+1} + \dots + U_n = \frac{(n - p + 1)(U_p + U_n)}{2}.$$

D'où:  $U_{50} + U_{51} + U_{52} + \dots + U_{100} = (100 - 50 + 1) \times \left[ \frac{(7 + 4 \times 50) + (7 + 4 \times 100)}{2} \right]$

$$= 15657.$$

(car:  $U_n = 7 + 4n$ )