

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Suites, Algorithmes



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# Les diamants

## Correction

### 1. Complétons la fonction :

Il faut calculer le nombre total de diamants dans le sac au bout de  $n$  secondes.

On a :  $u_1 = 1$ ,  $u_2 = 2$ .

Comme à chaque seconde supplémentaire, le robot double le nombre de diamants, la suite  $(u_n)$  est **géométrique et sa raison est 2**.

Le nombre total de diamants présents dans le sac du robot au bout de  $n$  secondes est égal à **la somme des  $n$  premiers termes de la suite**. Cette somme vaut :

$$\text{somme} = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$= \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$= \frac{1(1-2^n)}{1-2}$$

$$= 2^n - 1$$

Il y aura donc  $2^n - 1$  diamants dans le sac du robot au bout de  $n$  secondes.

```
def diamants(n):  
    somme=2**n-1  
    if somme%13==0:  
        resultat="gagné !"  
    else:  
        resultat="perdu !"  
    return resultat
```

L'instruction `somme%13` calcule le reste de la division euclidienne de la somme par 13. Si ce reste vaut 0, la somme est alors divisible par 13. Sinon, elle ne l'est pas.

**2. Déterminons si le joueur a gagné ou perdu s'il choisit 20 secondes :**

Le joueur choisit  $n = 20$ .

$$2^{20} - 1 = 1\,048\,575.$$

Or  $1\,048\,575 = 80\,659 \times 13 + 8$ .

Le reste de la division euclidienne de 1 048 575 par 13 n'est pas nul donc la somme totale des diamants n'est pas divisible par 13.

**Le joueur a donc perdu.**

**3. Déterminons si le joueur a gagné ou perdu s'il choisit 12 secondes :**

Le joueur choisit  $n = 12$ .

$$2^{12} - 1 = 4\,095.$$

Or  $4\,095 = 315 \times 13$ .

Le reste de la division euclidienne de 4 095 par 13 est nul donc la somme totale des diamants est divisible par 13.

**Le joueur a donc gagné.**