

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UN NUMÉRO (ENTRE 1 ET 15) ET UNE ÉTOILE ?

CORRECTION

1. a. Justifions que $P(N) = 0,3$ et que $P_N(E) = 0,8$:

D'après l'énoncé, nous avons:

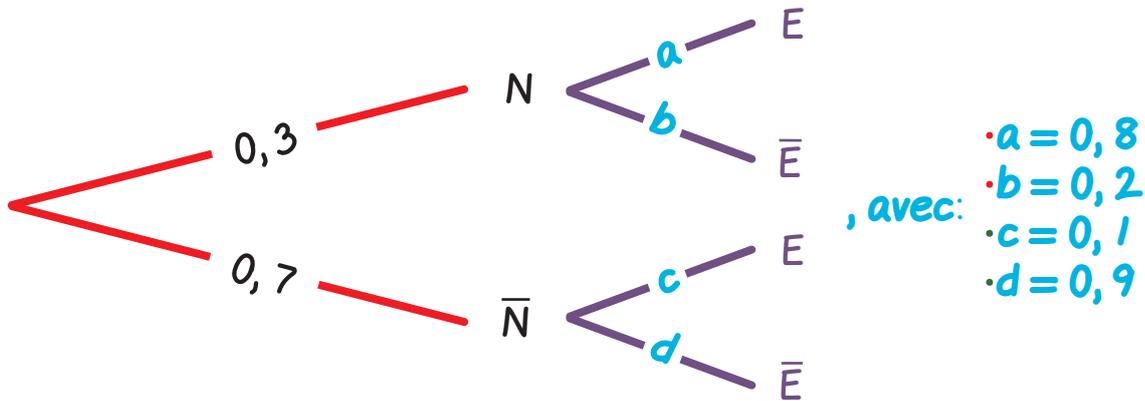
- $N =$ " le client découvre un numéro entre 1 et 15 ".
- $E =$ " le client obtient une étoile ".
- $P(N) = \frac{15 \text{ numéros}}{50 \text{ numéros}} = 0,3$,
- $P(\bar{N}) = 1 - 0,3 = 0,7$.
- $P_N(E) = P(\text{d'obtenir une étoile sachant qu'il découvre un numéro entre 1 et 15})$
 $= \frac{8 \text{ étoiles}}{10 \text{ secteurs}} = 0,8$,
- $P_N(\bar{E}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

Ainsi: $P(N) = 0,3$ et $P_N(E) = 0,8$.

Au total, les 2 probabilités demandées sont: $P(N) = 0,3$ et $P_N(E) = 0,8$.

1. b. Représentons cette situation à l'aide d'un arbre pondéré:

Nous avons l'arbre pondéré suivant:



En effet: • $P_{\bar{N}}(E) = \frac{1 \text{ étoile}}{10 \text{ secteurs}} = 0,1,$

• $P_{\bar{N}}(\bar{E}) = 1 - 0,1 = 0,9.$

2. Calculons la probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15, et une étoile:

Nous devons calculer ici: $P(N \cap E).$

$$P(N \cap E) = P_N(E) \times P(N).$$

Ainsi: $P(N \cap E) = 0,8 \times 0,3$ cad: $P(N \cap E) = 0,24.$

Au total, la probabilité que le client trouve un numéro entre 1 et 15, et une étoile est égale à: 24%.

3. Justifions que la probabilité que le client gagne un bon d'achat est égale à 0,31:

Ici, il s'agit de calculer: $P(E).$

$$L'événement E = (E \cap N) \cup (E \cap \bar{N}).$$

$$\begin{aligned} D'où: P(E) &= P(E \cap N) + P(E \cap \bar{N}) \\ &= P_N(E) \times P(N) + P_{\bar{N}}(E) \times P(\bar{N}). \end{aligned}$$

Ainsi: $P(E) = 0,8 \times 0,3 + 0,1 \times 0,7$ cad: $P(E) = 0,31.$

Au total, nous avons bien: $P(E) = 0,31$.

4. Déterminons la probabilité que le client ait obtenu un numéro entre 1 et 15 sachant qu'il a gagné un bon d'achat:

Nous devons calculer: $P_E(N)$.

$$P_E(N) = \frac{P(E \cap N)}{P(E)}$$

Ainsi: $P_E(N) = \frac{0,24}{0,31}$ cad: $P_E(N) \approx 77,41\%$.

Au total, la probabilité demandée est d'environ: 77,41%.