

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

THE DOG !

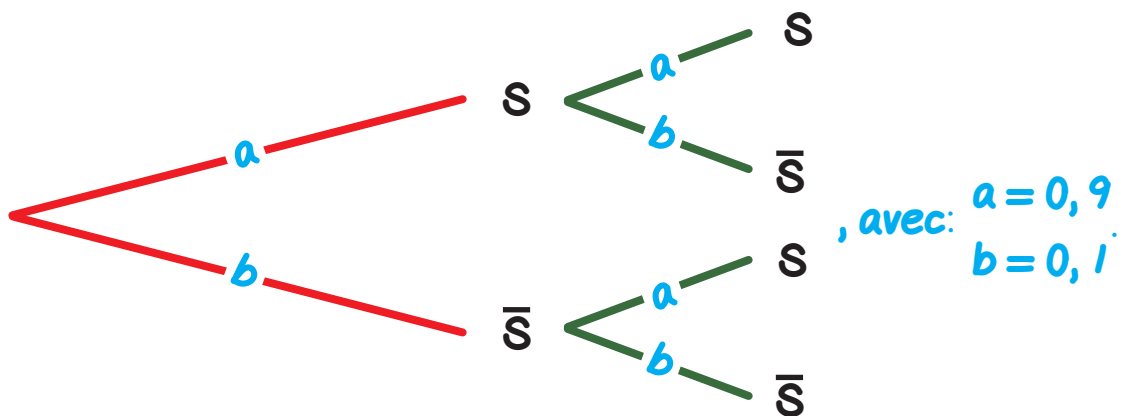
CORRECTION

1. Représentons la situation à l'aide d'un arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- S = " le chien rattrape la balle "
- \bar{S} = " le chien ne rattrape pas la balle ".
- $P(S) = 0,9$
- $P(\bar{S}) = 1 - 0,9 = 0,1$.

L'arbre de probabilités illustrant la situation est le suivant:



2. Calculons la probabilité que le chien attrape une balle exactement:

Soit E, l'événement: " le chien attrape une balle exactement ".

Nous avons: $E = (S \cap \bar{S}) \cup (\bar{S} \cap S)$.

D'où: $P(E) = P(S \cap \bar{S}) + P(\bar{S} \cap S)$.

Or, d'après l'énoncé, les deux lancers sont réalisés avec une balle identique et de manière indépendante.

Ainsi: $P(E) = (0,9 \times 0,1) + (0,1 \times 0,9)$ cad $P(E) = 18\%$.

Au total, la probabilité que le chien attrape exactement une balle est de: 18%.

3. Calculons la probabilité que le chien attrape au moins une balle:

Soit F, l'événement: " le chien n'attrape aucune balle ".

Et H, l'événement: " le chien attrape au moins une balle ".

Nous avons: $P(H) = 1 - P(F)$.

Or: $P(F) = P(\bar{S} \cap \bar{S}) = 0,1 \times 0,1$.

D'où: $P(F) = 1\%$.

Par conséquent: $P(H) = 1 - 1\%$.

Au total, la probabilité que le chien attrape au moins une balle est de: 99%.

4. a. Recopions et complétons le tableau donnant la loi de probabilité de G:

- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire G ?

G est la variable aléatoire donnant le nombre de points d'une manche jouée.

D'après l'énoncé, le chien gagne 100 points par 2 balles rattrapées, 30 points pour 1 balle rattrapée et perd 50 points pour 0 balle rattrapée.

Les valeurs que peut prendre G sont alors: **100 points, 30 points, -50 points.**

Et par conséquent: $G(\Omega) = \{ 100; 30; -50 \}$.

- $P(G = 100)$, $P(G = 30)$, et $P(G = -50)$?

Nous avons: • $P(G = 100) = P(S \cap S)$

$$= 0,9 \times 0,9$$

$$= \mathbf{81\%}.$$

- $P(G = 30) = P(E)$

$$= \mathbf{18\%} \quad (\text{voir question 2.})$$

- $P(G = -50) = P(F)$

$$= \mathbf{1\%} \quad (\text{voir question 3.})$$

- La loi de probabilité de la variable aléatoire G est donc:

g_i	100	30	-50
$P(G = g_i)$	81%	18%	1%

4. b. Calculons $E(G)$:

D'après le cours: $E(G) = \sum_{i=1}^n P(G = g_i) \times g_i.$

Ici: $E(G) = (81\% \times 100) + (18\% \times 30) + (1\% \times (-50))$
 $= 85,9$ points gagnés.

Au total: $E(G) = 85,9$ points gagnés ce qui signifie qu'en moyenne 85,9 points seront gagnés à ce game !