

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES AMPOULES

CORRECTION

1. Construisons un arbre pondéré représentant la situation:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $A =$ " l'ampoule provient de la machine A ".
- $B =$ " l'ampoule provient de la machine B ".
- $D =$ " l'ampoule présente un défaut ".
- $\bar{D} =$ " l'ampoule est sans défaut ".

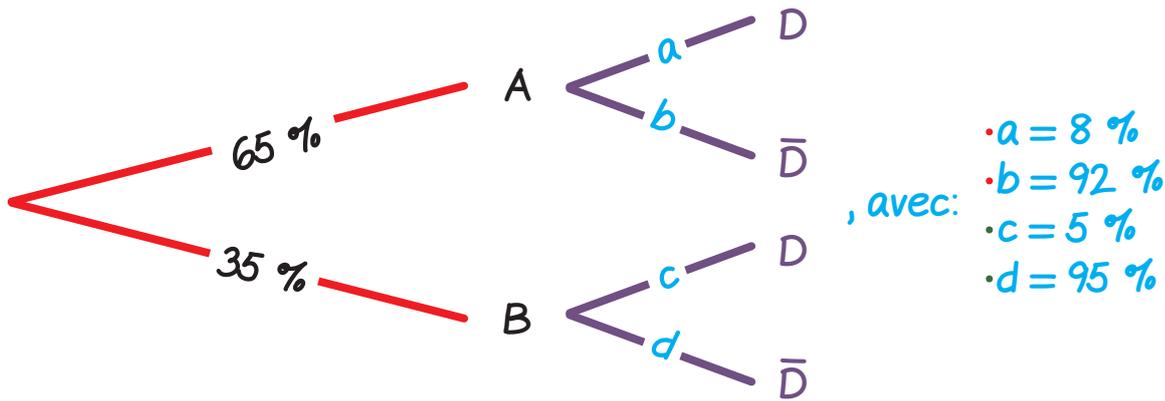
- $P(A) = 65\%$
- $P(B) = 35\%$
($65\% + 35\% = 1$).

- $P_A(D) = 8\%$
- $P_A(\bar{D}) = 92\%$
($8\% + 92\% = 1$).

- $P_B(D) = 5\%$
- $P_B(\bar{D}) = 95\%$
($5\% + 95\% = 1$).

Nous pouvons représenter la situation par un arbre pondéré.

D'où l'arbre pondéré suivant:



2. Montrons que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0.9305:

Cela revient à montrer que: $P(\bar{D}) = 0.9305$.

L'événement $\bar{D} = (\bar{D} \cap A) \cup (\bar{D} \cap B)$.

D'où: $P(\bar{D}) = P(\bar{D} \cap A) + P(\bar{D} \cap B)$

$$= P_A(\bar{D}) \times P(A) + P_B(\bar{D}) \times P(B).$$

Ainsi: $P(\bar{D}) = 92\% \times 65\% + 95\% \times 35\%$

$$\Rightarrow P(\bar{D}) = 0.9305.$$

Au total, il y a 93.05% de chance de tirer une ampoule sans défaut.

3. Calculons la probabilité que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A:

Cela revient à calculer: $P_{\bar{D}}(A)$.

$$\begin{aligned} P_{\bar{D}}(A) &= \frac{P(\bar{D} \cap A)}{P(\bar{D})} \\ &= \frac{P_A(\bar{D}) \times P(A)}{P(\bar{D})}. \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi: } P_{\bar{D}}(A) = \frac{92\% \times 65\%}{93.05\%} \Rightarrow P_{\bar{D}}(A) \approx 64.26\%.$$

Au total, il y a 64.26% de chance que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A.