

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE VOYAGEUR ET LE PORTIQUE

CORRECTION

1. Déterminons $P(M)$, $P_M(S)$, $P_{\bar{M}}(\bar{S})$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- S = " le voyageur fait sonner le portique ".
- \bar{S} = " le voyageur ne fait pas sonner le portique ".
- M = " le voyageur porte un objet métallique ".
- \bar{M} = " le voyageur ne porte pas d'objet métallique ".

$$\bullet P(M) = \frac{1}{500}$$

$$\bullet P(\bar{M}) = 1 - \frac{1}{500} = \frac{499}{500}$$

$$\bullet P_M(S) = 98\%$$

$$\bullet P_M(\bar{S}) = 1 - 98\% = 2\%$$

$$\bullet P_{\bar{M}}(S) = 1 - 98\% = 2\%$$

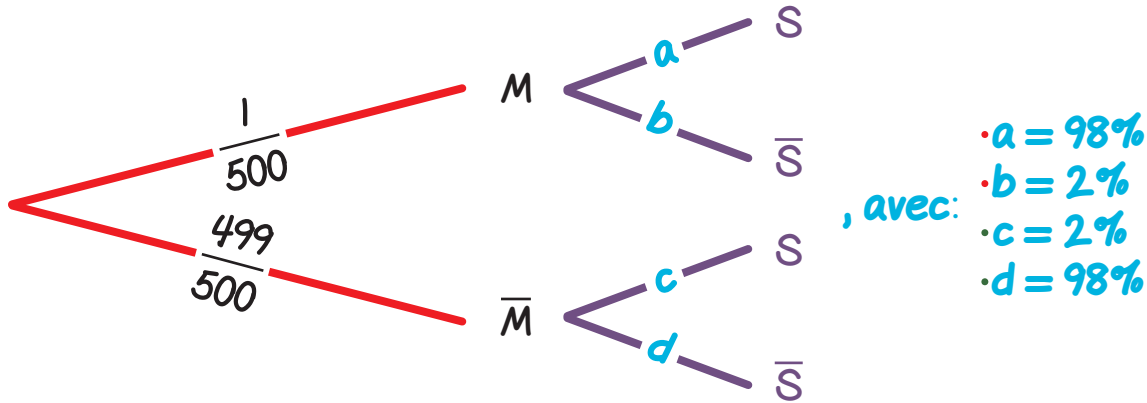
$$\bullet P_{\bar{M}}(\bar{S}) = 98\%$$

Dans ces conditions: $P(M) = \frac{1}{500}$, $P_M(S) = 98\%$ et $P_{\bar{M}}(\bar{S}) = 98\%$.

Au total: $P(M) = \frac{1}{500}$, $P_M(S) = 98\%$ et $P_{\bar{M}}(\bar{S}) = 98\%$.

2. Traduisons la situation par un arbre pondéré:

Nous avons l'arbre pondéré suivant:



3. Montrons que $P(S) = 0,02192$:

Nous devons calculer: $P(S)$.

Or, l'événement $S = (S \cap M) \cup (S \cap \bar{M})$.

D'où: $P(S) = P(S \cap M) + P(S \cap \bar{M})$

$$= P_M(S) \times P(M) + P_{\bar{M}}(S) \times P(\bar{M}).$$

$$\text{Ainsi: } P(S) = 98\% \times \frac{1}{500} + 2\% \times \frac{499}{500} \Rightarrow P(S) = 0,02192.$$

Au total, nous avons bien: $P(S) = 0,02192$.

4. Déduisons-en la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique:

Cela revient à calculer: $P_S(M)$.

$$P_S(M) = \frac{P(S \cap M)}{P(S)}$$

$$= \frac{P_M(S) \times P(M)}{P(S)}$$

Ainsi: $P_S(M) = \frac{98\% \times \frac{1}{500}}{0,02192} \Rightarrow P_S(M) \approx 8,9\%$, arrondi à 10^{-3} près.

Au total: 8,9% des passagers portent un objet métallique sachant qu'ils ont fait sonner le portique.