

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Arbres Pondérés



### ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

# LE VIRUS

## ÉNONCÉ

On étudie un modèle de propagation d'un virus dans une population, semaine après semaine.

Chaque individu de la population peut être, à l'exclusion de toute autre possibilité:

- soit susceptible d'être atteint par le virus, on dira qu'il est " de type S ";
- soit malade (atteint par le virus);
- soit immunisé (ne peut plus être atteint par le virus).

Un individu est immunisé lorsqu'il a été vacciné, ou lorsqu'il a guéri après avoir été atteint par le virus.

Pour tout entier naturel  $n$ , le modèle de propagation du virus est défini par les règles suivantes:

- Parmi les individus de type S en semaine  $n$ , on observe qu'en semaine  $n + 1$ :  
85% restent de type S, 5% deviennent malades et 10% deviennent immunisés;
- Parmi les individus malades en semaine  $n$ , on observe qu'en semaine  $n + 1$ :  
65% restent malades, et 35% sont guéris et deviennent immunisés;
- Tout individu immunisé en semaine  $n$  reste immunisé en semaine  $n + 1$ .

On choisit au hasard un individu dans la population. On considère les événements suivants:

$S_n$ : " l'individu est de type S en semaine n ";

$M_n$ : " l'individu est malade en semaine n ";

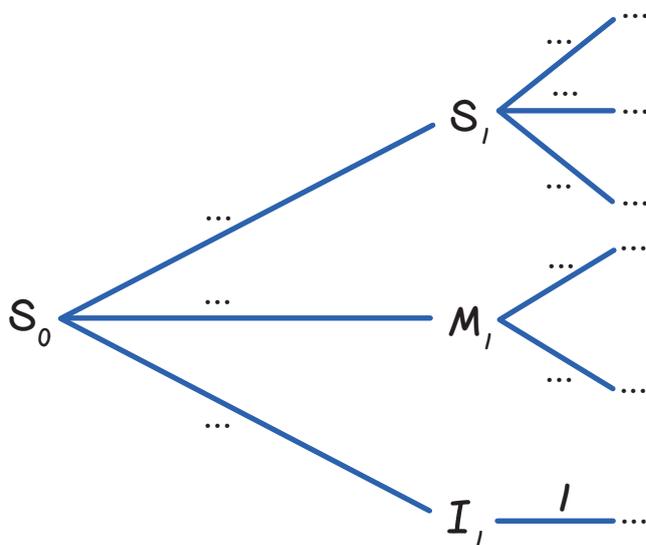
$I_n$ : " l'individu est immunisé en semaine n ".

En semaine 0, tous les individus sont considérés " de type S ", on a donc les probabilités suivantes:

$$P(S_0) = 1, P(M_0) = 0 \text{ et } P(I_0) = 0.$$

On étudie l'évolution de l'épidémie au cours des semaines 1 et 2.

1. Reproduire sur la copie et compléter l'arbre de probabilités donné ci-dessous:



2. Montrer que  $P(I_2) = 0,2025$ .

3. Sachant qu'un individu est immunisé en semaine 2, quelle est la probabilité, arrondie au millième, qu'il ait été malade en semaine 1 ?