

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

L'ARBRE ABATTU

CORRECTION

1. Construisons un arbre pondéré complet traduisant la situation:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $C =$ " l'arbre abattu est un chêne ".
- $S =$ " l'arbre abattu est un sapin ".
- $E =$ " l'arbre abattu est d'essence secondaire ".
- $H =$ " l'arbre abattu est vendu à un habitant de la commune ".
- $\bar{H} =$ " l'arbre abattu est vendu à une entreprise ".

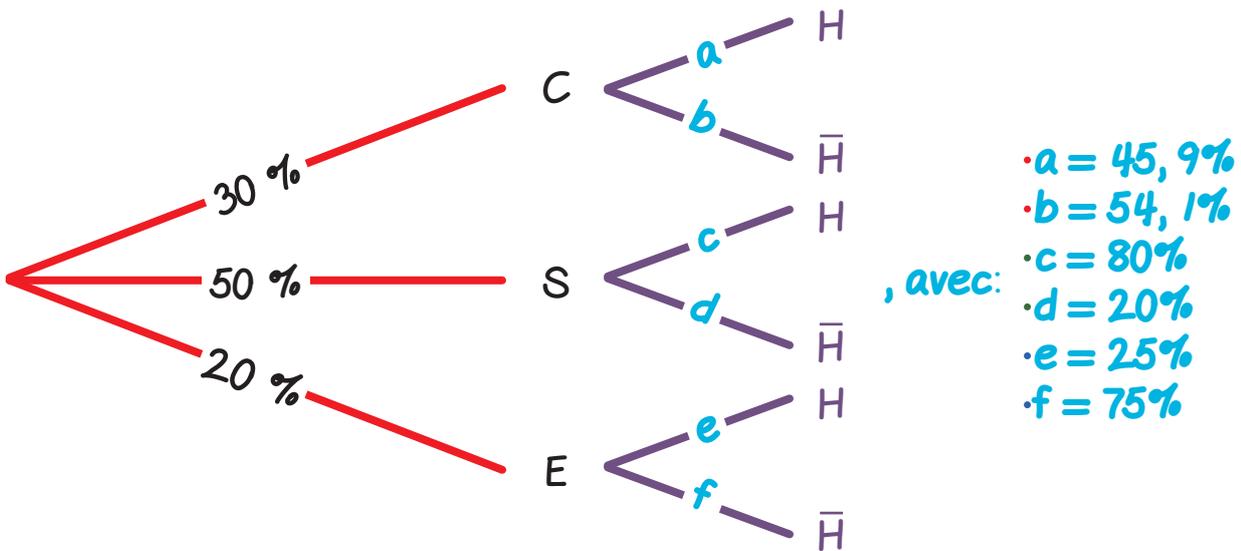
- $P(C) = 30\%$
- $P(S) = 50\%$
- $P(E) = 20\%$.

- $P_C(H) = 45,9\%$
- $P_C(\bar{H}) = 1 - 45,9\% = 54,1\%$.

- $P_S(H) = 80\%$
- $P_S(\bar{H}) = 1 - 80\% = 20\%$.

- $P_E(H) = 1 - 75\% = 25\%$
- $P_E(\bar{H}) = 75\%$.

Nous avons ainsi l'arbre pondéré suivant:



2. Calculons la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune:

Cela revient à calculer: $P(C \cap H)$.

$$P(C \cap H) = P_C(H) \times P(C).$$

Ainsi: $P(C \cap H) = 45,9\% \times 30\%$ cad: $P(C \cap H) = 13,77\%$.

Au total, la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune est de: $13,77\%$.

3. Montrons que $P(H) = 0,5877$:

Nous devons calculer: $P(H)$.

Or, l'événement $H = (H \cap C) \cup (H \cap S) \cup (H \cap E)$.

D'où: $P(H) = P(H \cap C) + P(H \cap S) + P(H \cap E)$

$$= P_C(H) \times P(C) + P_S(H) \times P(S) + P_E(H) \times P(E).$$

Ainsi: $P(H) = 45,9\% \times 30\% + 80\% \times 50\% + 25\% \times 20\%$

$$\Rightarrow P(H) = 58,77\%.$$

Au total, nous avons bien: $P(H) = 0,5877$.

4. Déterminons la probabilité qu'un arbre abattu vendu à un habitant de la commune soit un sapin:

Cela revient à calculer: $P_H(S)$.

$$P_H(S) = \frac{P(H \cap S)}{P(H)}$$

$$= \frac{P_S(H) \times P(S)}{P(H)}$$

Ainsi: $P_H(S) = \frac{80\% \times 50\%}{58,77\%} \Rightarrow P_H(S) \approx 68,1\%$, arrondi à 10^{-3} près.

Au total, la probabilité qu'un arbre abattu vendu à un habitant de la commune soit un sapin est d'environ: 68,1%.