

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

COUCHE ET LAIT DU NOURRISSON

CORRECTION

1. Construisons un arbre de probabilités illustrant cette séquence:

D'après l'énoncé, nous avons:

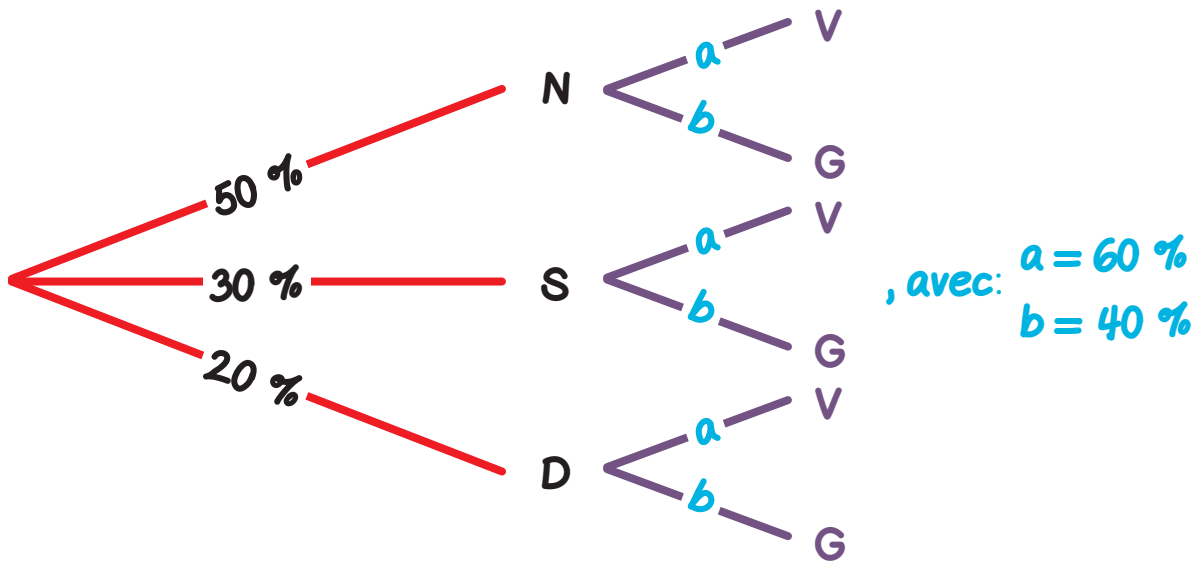
- $N =$ " couche de marque Nouveze " .
- $S =$ " couche de marque Supersec " .
- $D =$ " couche de marque Distributeur " .

- $P(N) = 50\%$.
- $P(S) = 30\%$.
- $P(D) = 20\%$.

- $V =$ " lait Vitamax " .
- $G =$ " lait Grandivit " .

- $P(V) = 60\%$.
- $P(G) = 1 - 60\% = 40\%$.

D'où la situation illustrée par l'arbre de probabilités suivant:



2. a. Calculons la probabilité pour que lors d'une séquence couche Nouvonez et lait Grandivit soient utilisés:

Ici, il s'agit de calculer: $P(N \cap G)$.

$$P(N \cap G) = P_N(G) \times P(N).$$

Ainsi: $P(N \cap G) = 40\% \times 50\%$ cad $P(N \cap G) = 20\%$.

Au total, la probabilité pour que lors d'une séquence couche Nouvonez et lait Grandivit soient utilisés est de: 20% .

2. b. Déterminons le coût d'une telle séquence:

Ici, Julie utilise 1 couche Nouvonez ($0,25\text{€}$) et du lait Grandivit pour le biberon ($0,15\text{€}$).

Ainsi, le coût d'une telle séquence est égal à: $0,25\text{€} + 0,15\text{€}$.

Au total, le coût d'une telle séquence est de: $0,40\text{€}$.

3. Donnons la loi de probabilité de la variable aléatoire X:

- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X ?

X est la variable aléatoire qui correspond au coût en euro d'une séquence.

Nous pouvons distinguer 6 séquences différentes:

- couche Nouvonez + lait Vitamax = 0,25€ + 0,10€
- couche Nouvonez + lait Grandivit = 0,25€ + 0,15€
- couche Supersec + lait Vitamax = 0,35€ + 0,10€
- couche Supersec + lait Grandivit = 0,35€ + 0,15€
- couche Distributeur + lait Vitamax = 0,15€ + 0,10€
- couche Distributeur + lait Grandivit = 0,15€ + 0,15€.

Les valeurs que peut prendre X sont donc:

0,25€; 0,30€; 0,35€; 0,40€; 0,45€; 0,50€.

Et par conséquent: $X(\Omega) = \{0,25; 0,30; 0,35; 0,40; 0,45; 0,50\}$.

- $P(X = 0,25)$, $P(X = 0,30)$, $P(X = 0,35)$... $P(X = 0,50)$?

Nous avons: • $P(X = 0,25) = P(D \cap V) = 60\% \times 20\% = 12\%$

• $P(X = 0,30) = P(D \cap G) = 40\% \times 20\% = 8\%$

• $P(X = 0,35) = P(N \cap V) = 60\% \times 50\% = 30\%$

• $P(X = 0,40) = P(N \cap G) = 40\% \times 50\% = 20\%$

• $P(X = 0,45) = P(S \cap V) = 60\% \times 30\% = 18\%$

• $P(X = 0,50) = P(S \cap G) = 40\% \times 30\% = 12\%$.

• La loi de probabilité de la variable aléatoire X est donc:

x_i	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$P(X = x_i)$	12%	8%	30%	20%	18%	12%

4. Calculons et interprétons l'espérance de X :

D'après le cours: $E(X) = \sum_{i=1}^n P(X = x_i) \times x_i$.

$$\begin{aligned} \text{Ici: } E(X) &= (12\% \times 0,25) + (8\% \times 0,30) + (30\% \times 0,35) \\ &\quad + (20\% \times 0,40) + (18\% \times 0,45) + (12\% \times 0,50) \\ &= 0,38\text{€}. \end{aligned}$$

Au total: $E(X) = 0,38\text{€}$ ce qui signifie qu'en moyenne une séquence coûte 0,38€.

5. Déterminons la probabilité qu'au cours d'une journée 4 fois la séquence la moins chère soient utilisées:

La séquence la moins chère coûte 0,25€ et a 12% de se réaliser.

Ainsi, la probabilité que 4 fois la séquence la moins chère soient utilisées est de: $(12\%) \times (12\%) \times (12\%) \times (12\%) = 207 \times 10^{-6}$.