

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

BILLES EN BOIS SPHÉRIQUES

CORRECTION

1. Déterminons la probabilité que la bille soit vendable et provienne de la machine A:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $A =$ " la bille a été fabriquée par la machine A ".
- $B =$ " la bille a été fabriquée par la machine B ".
- $S =$ " la bille est vendable ".

- $P(A) = 60\%$
- $P(B) = 40\%$
($60\% + 40\% = 1$).

- $P_A(V) = 98\%$
- $P_A(\bar{V}) = 2\%$
($98\% + 2\% = 1$).

- $P(V) = 96\%$
- $P(\bar{V}) = 4\%$
($96\% + 4\% = 1$).

Ici, nous devons calculer: $P(A \cap V)$.

$$P(A \cap V) = P_A(V) \times P(A).$$

$$\text{Ainsi: } P(A \cap V) = 98\% \times 60\% \Rightarrow P(A \cap V) = 58.8\%$$

Au total, il y a 58.8% de chance pour que la bille choisie soit vendable et provienne de la machine A.

2. a. Justifions que $P(B \cap V) = 0.372$:

$$\text{L'évènement } V = (V \cap A) \cup (V \cap B).$$

$$\text{D'où: } P(V) = P(V \cap A) + P(V \cap B).$$

$$\text{Or: } P(V) = 96\% \text{ et } P(V \cap A) = 58.8\%.$$

Dans ces conditions:

$$P(V \cap B) = 96\% - 58.8\% \Rightarrow P(V \cap B) = 37.2\%.$$

Au total, il y a 37.2% de chance pour que la bille choisie soit vendable et provienne de la machine B.

2. b. Déterminons la probabilité que la bille choisie soit vendable sachant qu'elle provient de la machine B:

Cela revient à calculer: $P_B(V)$.

$$P_B(V) = \frac{P(B \cap V)}{P(B)}.$$

$$\text{Ainsi: } P_B(V) = \frac{37.2\%}{40\%} \Rightarrow P_B(V) = 93\%.$$

Au total, il y a 93% de chance pour que la bille choisie soit vendable sachant qu'elle provient de la machine B.

3. Le technicien a-t-il raison ?

Pour le savoir, nous allons calculer: $P_{\bar{V}}(B)$.

$$\begin{aligned}
 \text{Or: } P_{\bar{V}}(B) &= \frac{P(\bar{V} \cap B)}{P(\bar{V})} \\
 &= \frac{P_B(\bar{V}) \times P(B)}{P(\bar{V})} \\
 &= \frac{(1 - P_B(V)) \times P(B)}{P(\bar{V})}.
 \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi: } P_{\bar{V}}(B) = \frac{(1 - 93\%) \times 40\%}{4\%} \Rightarrow P_{\bar{V}}(B) = 70\%.$$

Au total, 70% des billets non vendables proviennent de la machine B.

Par conséquent, le technicien a raison.