www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Arbres Pondérés

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ANTONELLA

CORRECTION

1. a. Illustrons la situation par un arbre de probabilités:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $V =$ " le feu est vert "

  $\overline{V} =$ " le feu n'est pas vert ".

- $P(V) = 0,6$

  $P(\overline{V}) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Ainsi, nous pouvons écrire:

- $V_1 =$ " le 1^{er} feu est vert "

  $\overline{V}_1 =$ " le 1^{er} feu n'est pas vert ".

- $V_2 =$ " le second feu est vert "

  $\overline{V}_2 =$ " le second feu n'est pas vert ".

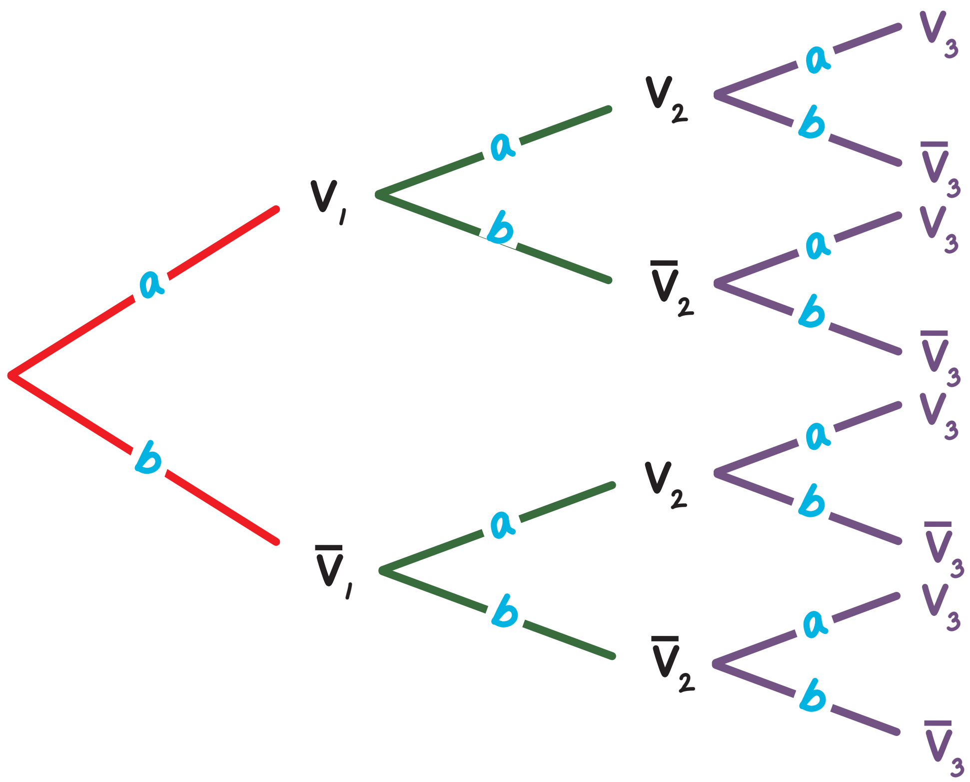
- $V_3 =$ " le troisième feu est vert "

  $\overline{V}_3 =$ " le troisième feu n'est pas vert ".

- $P(V_1) = P(V_2) = P(V_3) = 0,6$

  $P(\overline{V}_1) = P(\overline{V}_2) = P(\overline{V}_3) = 1 - 0,6 = 0,4$.

D'où la situation illustrée par l'arbre de probabilités suivant:



, avec: $a = 0,6$
$b = 0,4$.

1. b. Déterminons la probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts:

La probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts est:

$$P\,(V_1 \cap V_2 \cap V_3).$$

Or, d'après l'énoncé, les 3 feux fonctionnent de manière indépendante.

Dans ces conditions: $P\,(V_1 \cap V_2 \cap V_3) = P\,(V_1) \times P\,(V_2) \times P\,(V_3)$

$= 0,6 \times 0,6 \times 0,6.$

Au total, la probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts est de: $0,216$.

1. c. Déterminons la probabilité qu'Antonella rencontre au moins 1 feu vert:

Soit E, l'événement: " Antonella ne rencontre aucun feu vert ".

Et F, l'événement: " Antonella rencontre au moins 1 feu vert ".

Nous avons: **$P(F) = 1 - P(E)$.**

Or: $P(E) = P(\overline{V}_1 \cap \overline{V}_2 \cap \overline{V}_3) = P(\overline{V}_1) \times P(\overline{V}_2) \times P(\overline{V}_3)$ car les 3 feux fonctionnent de manière indépendante.

D'où: **$P(E) = 0,4 \times 0,4 \times 0,4$.**

Par conséquent: $P(F) = 1 - (0,4)^3$.

Au total, la probabilité qu'Antonella rencontre au moins 1 feu vert est de: 0,936.

2. a. Donnons les différentes valeurs prises par X:

Ici, X correspond à la variable aléatoire associant à chaque billet le gain algébrique du joueur.

Les valeurs que peut prendre X sont:

- **$x_1 = 100€ - 5€$ (1 billet)**
- **$x_2 = 20€ - 5€$ (5 billets)**
- **$x_3 = 5€ - 5€$ (20 billets)**
- **$x_4 = 0€ - 5€$ (74 billets).**

C'est-à-dire: **95€, 15€, 0€ et -5€.**

Au total, l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable aléatoire X est: $X(\Omega) = \{-5 ; 0 ; 15 ; 95\}$.

2. b. Déterminons la loi de probabilité de X:

Nous avons: • $P(X=0) = \dfrac{74 \text{ billets}}{200 \text{ billets}} = 37\%$

• $P(X=-5) = \dfrac{20 \text{ billets}}{200 \text{ billets}} = 10\%$

• $P(X=15) = \dfrac{5 \text{ billets}}{200 \text{ billets}} = 2,5\%$

• $P(X=95) = \dfrac{1 \text{ billet}}{200 \text{ billets}} = 0,5\%$.

La loi de probabilité de la variable aléatoire X est donc:

x_i	-5	0	15	95
$P(X=x_i)$	37%	10%	2,5%	0,5%

.