

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Polynômes Second Degré



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

TROUVER DES FONCTIONS POLYNÔMES...

CORRECTION

D'après le cours, une fonction polynôme P du second degré est une fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$P(x) = ax^2 + bx + c \text{ où } a, b \text{ et } c \text{ sont des réels, avec } a \neq 0.$$

1. Déterminons P quand $P(0) = 1$, $P(1) = 16$ et $P(-1) = 4$:

Ici, il s'agit donc de déterminer a , b et c .

$$\begin{cases} P(0) = 1 \\ P(1) = 16 \\ P(-1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 16 \\ a - b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a + b = 15 \\ a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 6 \\ c = 1 \end{cases}$$

Ainsi : $P(x) = 9x^2 + 6x + 1$ et $a = 9 \neq 0$.

2. Déterminons P quand $P(0) = 5$, $P(1) = 2$ et $P(2) = -5$:

Ici, il s'agit donc de déterminer a , b et c .

$$\begin{cases} P(0) = 5 \\ P(1) = 2 \\ P(2) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ a + b = -3 \\ 4a + 2b = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \\ c = 5 \end{cases}$$

Ainsi: $P(x) = -2x^2 - x + 5$ et $a = -2 \neq 0$.

3. Déterminons P quand $P(0) = -3$, $P(1) = 0$ et $P(3) = 0$:

Ici, il s'agit donc de déterminer a , b et c .

$$\begin{cases} P(0) = -3 \\ P(1) = 0 \\ P(3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ a + b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ a + b = 3 \\ 9a + 3b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = -3 \end{cases}$$

Ainsi: $P(x) = -x^2 + 4x - 3$ et $a = -1 \neq 0$.

4. Déterminons P quand $P(0) = -14$, $P(-1) = -18$ et $P(-2) = -20$:

Ici, il s'agit donc de déterminer a , b et c .

$$\begin{cases} P(0) = -14 \\ P(-1) = -18 \\ P(-2) = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -14 \\ a - b + c = -18 \\ 4a - 2b + c = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -14 \\ a - b = -4 \\ 4a - 2b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = -14 \end{cases}$$

Ainsi: $P(x) = x^2 + 5x - 14$ et $a = 1 \neq 0$.

5. Déterminons P quand $P(0) = -3$, $P(2) = 3$ et $P(3) = 12$:

Ici, il s'agit donc de déterminer a , b et c .

$$\begin{cases} P(0) = -3 \\ P(2) = 3 \\ P(3) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 9a + 3b + c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3 \\ 4a + 2b = 6 \\ 9a + 3b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -3 \end{cases}$$

Ainsi: $P(x) = 2x^2 - x - 3$ et $a = 2 \neq 0$.

6. Déterminons P quand $P(-1) = 2$, $P(0) = 6$ et $P(1) = 12$:

Ici, il s'agit donc de déterminer a , b et c .

$$\begin{cases} P(-1) = 2 \\ P(0) = 6 \\ P(1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 2 \\ c = 6 \\ a + b + c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = -4 \\ c = 6 \\ a + b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = 6 \end{cases}$$

Ainsi: $P(x) = x^2 + 5x + 6$ et $a = 1 \neq 0$.