www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions Polynômes

MINI COURS

A. Signe d'une fonction polynôme du second degré:

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$.

1. Si la forme factorisée de f est: $f(x) = a \cdot (x - x_0)^2$

Dans ce cas, nous sommes en présence d'une solution unique: $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$.

Le tableau de signes de f est:

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
signe de $f(x)$		signe de a	0	signe de a	

2. Si la forme factorisée de f est: $f(x) = a \cdot (x - x_1)(x - x_2)$

Dans ce cas, nous sommes en présence de deux racines distinctes: x_1 et x_2.

Le tableau de signes de f est:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
signe de $f(x)$		signe de a	0	signe de (-a)	0	signe de a	

B. Résoudre une inéquation:

Soit les inéquations: $f(x) > w$, $f(x) \geq w$, $f(x) < w$ et $f(x) \leq w$.

Etape 1: on pose $f(x) = w$.

Etape 2: on détermine l'ensemble de définition de $f(x) - w$.

Etape 3: on trouve les racines de l'équation $f(x) - w = 0$.

Etape 4: on dresse le tableau de signes de $f(x) - w$.

Etape 5: on conclut.

C. Courbe représentative d'une fonction trinôme:

- Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ une fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$.

  Sa courbe représentative est une parabole d'équation:

  $$y = ax^2 + bx + c, \text{ avec } a \neq 0.$$

- Le sommet de cette parabole est le point: $S\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$.

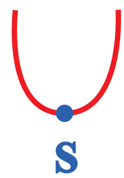
D. Sommets, extremum et axe de symétrie:

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ une fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$.

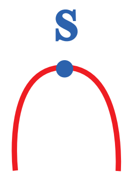
Sous forme canonique, f s'écrit:

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta, \text{ avec } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = f\left(-\frac{b}{2a}\right).$$

- Si $a > 0$:
  - la courbe représentative est une parabole tournée vers le haut,
  - le sommet $S(\alpha, \beta)$ est un minimum,
  - l'axe de symétrie est: $x = \alpha$.



- **Si a < 0:**
  - **la courbe représentative est une parabole tournée vers le bas,**
  - **le sommet S (α, β) est un maximum,**
  - **l'axe de symétrie est:** $x = \alpha$.



ASTUCE POUR TROUVER L'ABSCISSE X_S DU SOMMET !

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$$, **$x_1 + x_2$ étant les 2 racines.**

E. Sens de variations:

- **Si a > 0:** **la fonction *f* est d'abord décroissante puis croissante.**

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	↘	β	↗

- **Si a < 0:** **la fonction *f* est d'abord croissante puis décroissante.**

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	↗	β	↘