

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions Polynômes



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES TROTTINETTES

CORRECTION

1. Calculons, pour 12 trottinettes fabriquées et vendues, le coût de fabrication, la recette et le bénéfice:

- D'après l'énoncé:
- le prix d'une trottinette est $p = 200 \text{ €}$;
 - le coût de fabrication de " x " trottinettes est de

$$C(x) = 2x^3 - 50x^2 + 452x \text{ €}.$$

De plus, d'après le cours, nous savons que:

- la recette est donnée par la formule $R(x) = p \times x$
- le bénéfice ou profit est donné par la formule $B(x) = R(x) - C(x)$.

Dans ces conditions, pour 12 trottinettes fabriquées et vendues:

- Le coût de fabrication est: $C(12) = 2 \times (12)^3 - 50 \times (12)^2 + 452 \times 12 \text{ €}$
 $= 1680 \text{ €}.$

- La recette est: $R(12) = 200 \times 12 \text{ €}$
 $= 2400 \text{ €}.$

- Le bénéfice est: $B(x) = R(x) - C(x)$

$$= 2\,400 - 1\,680$$

$$= 720\text{€}.$$

2. a. Exprimons $R(x)$:

Comme dit à la question précédente: $R(x) = 200 \times x \text{ €}$.

2. b. Montrons que $B(x) = -2x^3 + 50x^2 - 252x$:

Comme dit à la question précédente: $B(x) = R(x) - C(x)$.

Dans ces conditions: $B(x) = 200 \times x - (2x^3 - 50x^2 + 452x)$

$$= -2x^3 + 50x^2 - 252x.$$

Ainsi, nous avons bien: $B(x) = -2x^3 + 50x^2 - 252x$.

3. a. Montrons que $B(x) = -2x(x-7)(x-18)$:

Pour tout $x \in [0; 21]$: $-2x(x-7)(x-18) = -2x(x^2 - 18x - 7x + 126)$

$$= -2x(x^2 - 25x + 126)$$

$$= -2x^3 + 50x^2 - 252x$$

$$= B(x).$$

Ainsi, pour tout $x \in [0; 21]$, nous avons bien: $B(x) = -2x(x-7)(x-18)$.

3. b. b1. Étudions le signe de $B(x)$ sur l'intervalle $[0; 21]$:

La fonction B admet 3 racines: $x_1 = 0$, $x_2 = 7$ et $x_3 = 18$.

(car: $B(x) = -2x(x-7)(x-18)$)

Dans ces conditions, nous avons sur $[0; 21]$ le tableau de signe suivant:

x	0		7		18		21
x	0	+		+		+	
$x - 7$		-	0	+		+	
$x - 18$		-		-	0	+	
$x(x - 7)(x - 18)$	0	+	0	-	0	+	
$B(x)$	0	-	0	+	0	-	

3. b. b2. Interprétons le signe de $B(x)$ dans le contexte de l'exercice:

Nous allons distinguer 3 cas: $B(x) < 0$, $B(x) > 0$ et $B(x) = 0$.

- $B(x) < 0$ quand $x \in]0; 7[\cup]18; 21]$: cela signifie que si l'entreprise produit et vend moins de 7 trottinettes ou entre 18 et 21 trottinettes, elle perdra de l'argent et fera donc une perte.
- $B(x) > 0$ quand $x \in]7; 18[$: cela signifie que si l'entreprise produit et vend entre 7 et 18 trottinettes, elle gagnera de l'argent et fera donc un bénéfice.
- $B(x) = 0$ quand $x = 0$ et $x = 7$ et $x = 18$: cela signifie que si l'entreprise produit et vend 0 ou 7 ou 18 trottinettes, elle ne perdra pas et ne gagnera pas d'argent !