www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions Polynômes

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE SKATEUR

CORRECTION

1. Déterminons à quelle hauteur le skateur se lance sur la rampe:

D'après le graphique, nous pouvons affirmer que le skateur se lance d'une hauteur de: 7 mètres.

2. a. Donnons sans justification la valeur de h (2):

D'après le graphique: $h(2) = 0$ mètre.

2. b. Calculons h (7) et déduisons-en la forme factorisée de $h(x)$:

D'après le graphique: $h(7) = 0$ mètre.

Nous avons donc: • $h(2) = 0$

• $h(7) = 0$.

De plus, pour tout $x \in [\,0\,;\,7\,]$: $h(x) = 0,5x^2 - 4,5x + 7$.

Comme " 2 " et " 7 " sont racines de la fonction h, nous pouvons écrire:

pour tout $x \in [\,0\,;\,7\,]$, $h(x) = a\,(x - 2)\,(x - 7)$ $(a = 0,5)$.

Ainsi, pour tout $x \in [\,0\,;\,7\,]$, la forme factorisée de h est:

$$h(x) = 0,5\,(x-2)\,(x-7).$$

3. **Déterminons l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le skateur est en dessous de son point d'arrivée:**

D'après le graphique: $h(x) < 0 \iff x \in \,]\,2\,;7\,[$.

Ainsi, le skateur est en dessous de son point d'arrivée quand $h(x) < 0$ cad quand: $x \in \,]\,2\,;7\,[$.

4. **Dressons le tableau de signe de $h(x)$ sur $[\,0\,;7\,]$:**

La fonction h admet 2 racines: $x_1 = 2$ et $x_2 = 7$.

Dans ces conditions, nous avons sur $[\,0\,;7\,]$ le tableau de signe suivant:

x	0		2		7
$x-2$		-	0	+	
$x-7$		-		-	0
$0,5\,(x-2)\,(x-7)$		+	0	-	0
$h(x)$		+	0	-	0

En conclusion:
- Si $x \in [\,0\,;2\,[$, $h(x) > 0$
- Si $x \in \,]\,2\,;7\,[$, $h(x) < 0$
- Si $x = 2$ ou $x = 7$, $h(x) = 0$.

5. a. Déterminons le minimum de h:

D'après le cours, le sommet S d'une parabole a pour coordonnées:

$$x_S = -\frac{b}{2a} \text{ et } y_S = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \text{ quand } f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Or ici: $a = 0,5$, $b = -4,5$ et $c = 7$.

Ainsi, les coordonnées du sommet h de la parabole sont:

$$x_h = 4,5 \text{ et } y_h = f(4,5).$$

3 remarques:

- ici $a = 0,5 > 0$, le sommet $h\,(4,5\,;\,f(4,5))$ est donc un minimum,
- comme $a > 0$, la parabole est tournée vers le haut,
- on aurait pu calculer x_h de la manière suivante:

$$x_h = \frac{x_1 + x_2}{2}, \text{ avec } x_1 = 2 \text{ et } x_2 = 7.$$

(2 et 7 étant les racines de f)

5. b. Interprétons ce résultat:

Cela signifie que le skateur est au plus bas de sa trajectoire quand:

$$x = 4,5 \text{ mètres.}$$