www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions Polynômes

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE COÛT MARGINAL

CORRECTION

1. a. Calculons le coût de fabrication de 2 500 composants et de 2 501 composants:

Nous savons que le coût de fabrication pour x composants, $x \in \mathbb{R}$, est:

$$C(x) = -0,01\,x^2 + 100\,x + 2\,000 \text{ (en euros).}$$

Dans ces conditions:

- $C(2\,500) = -0,01 \times (2\,500)^2 + 100 \times (2\,500) + 2\,000$

  $= 189\,500$ €.

- $C(2\,501) = -0,01 \times (2\,501)^2 + 100 \times (2\,501) + 2\,000$

  $= 189\,549,99$ €.

Ainsi, les coûts de fabrication de 2 500 et 2 501 composants sont respectivement de 189 500 € et de 189 549, 99 €.

1. b. Déduisons-en le coût marginal:

Pour tout $x \in [\,0\,;\,5\,000\,]$, le coût marginal nous est donné par:

$$C_m(x) = C(x+1) - C(x).$$

Ainsi, ici: $C_m(2\,500) = C(2\,501) - C(2\,500)$

$= 189\,549,99 - 189\,500$

$= 49,99$ €.

Ainsi, le coût marginal $C_m(2\,500)$ est de: 49, 99 €.

2. Déterminons l'erreur commise:

- La dérivée de $C(x)$ pour tout $x \in [\,0\,;5\,000\,]$ est:

$C'(x) = -\,0,01 \times 2 \times x + 100$

$= -\,0,02 \times x + 100$ €.

- Ainsi: $C'(2\,500) = -\,0,02 \times 2\,500 + 100$

$= 50$ €.

Donc l'erreur commise en remplaçant $C_m(2\,500)$ par $C'(2\,500)$ est égale à: $50 - 49,99 = 0,01$ €.

3. Calculons $C(x+1) - C(x)$:

Pour tout $x \in [\,0\,;5\,000\,]$:

$C(x+1) - C(x) = -\,0,01\,(x+1)^2 + 100\,(x+1) + 2\,000$

$-\,[\,-\,0,01x^2 + 100x + 2\,000\,]$

$= -\,0,01\,(x+1)^2 + 0,01\,x^2 + 100$

$= -\,0,01\,(x^2 + 2x + 1) + 0,01x^2 + 100$

$= -\,0,02x + 99,99$ €.

Ainsi, pour tout $x \in [\,0\,;5\,000\,]$, nous avons bien:

$$C\,(x+1) - C\,(x) = -\,0,02\,x + 99,99\ €.$$

4. Déterminons l'erreur commise en remplaçant $C_m\,(x)$ par $C'\,(x)$:

$$C'\,(x) - C_m\,(x) = -\,0,02\,x + 100 - (-\,0,02\,x + 99,99)$$

$$= 100 - 99,99$$

$$= 0,01\ €.$$

Ainsi, l'erreur commise en remplaçant $C_m\,(x)$ par $C'\,(x)$ est encore de: 0,01 € !