www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions Polynômes

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

$$f(x) = x^2 + bx + 2$$

CORRECTION

1. Sachant que " 1 " est racine de f, démontrons que $b = -3$:

Nous savons que pour tout $x \in IR$: $\boldsymbol{f(x) = x^2 + bx + 2}$.

Dans ces conditions, si " 1 " est racine, nous pouvons écrire:

$$\begin{aligned} f(1) = 0 &\iff (1)^2 + b \times 1 + 2 = 0 \\ &\iff 1 + b + 2 = 0 \\ &\iff b + 3 = 0 \\ &\iff \boldsymbol{b = -3}. \end{aligned}$$

Ainsi, si " 1 " est racine de f, nous avons bien: $b = -3$.

2. Vérifions que pour tout nombre réel x, $f(x) = (x - 1)(x - 2)$:

Pour le montrer, nous devons bien sûr vérifier que: $\boldsymbol{(x - 1)(x - 2) = f(x)}$, **pour tout $x \in IR$.**

Pour tout $x \in IR$: $(x - 1)(x - 2) = x^2 - 2x - x + 2$

$$= \boldsymbol{x^2 - 3x + 2}.$$

Ainsi comme $b = -3$, pour tout $x \in IR$: $(x - 1)(x - 2) = f(x)$.

3. **Déduisons-en les solutions de $f(x) = 0$:**

Pour tout $x \in IR$, $f(x) = 0 \iff (x - 1)(x - 2) = 0$

$\iff x = 1$ ou $x = 2$.

Ainsi les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont: $x = 1$ et $x = 2$.

4. **Donnons une équation de l'axe de symétrie de la courbe représentative de f:**

D'après le cours, l'équation de l'axe de symétrie est:

$$x = -\frac{b}{2a} \quad \text{quand} \quad f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Or ici: $a = 1$, $b = -3$ et $c = 2$.

Ainsi, une équation de l'axe de symétrie de la courbe représentative de f est: $x = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2}$.

5. **Dressons le tableau de signe de f sur $[0;4]$:**

Comme une factorisation de f est: $f(x) = (x - 1)(x - 2)$, la fonction f admet 2 racines $x_1 = 1$ et $x_2 = 2$.

Dans ces conditions, nous avons sur $[0; 4]$ le tableau de signe suivant:

x	0		1		2		4
$x - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x - 2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

En conclusion:

- Si $x \in [0; 1[\cup]2; 4]$, $f(x) > 0$
- Si $x \in]1; 2[$, $f(x) < 0$
- Si $x = 1$ ou $x = 2$, $f(x) = 0$.