

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions Polynômes



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

DES TONNES DE PRODUIT CHIMIQUE

CORRECTION

1. Donnons les valeurs de q pour lesquelles le résultat est égal à $-4\,000$ €:

Pour répondre à cette question, il suffit de trouver la valeur -40 dans la colonne $B(q)$ du tableau.

Or: $B(q) = -40$ quand $q = 0$, $q = 21$ et $q = 83$.

Ainsi, l'entreprise réalise une perte de $4\,000$ € quand la quantité produite et vendue de produit chimique est égale à: 0 tonne ou 21 tonnes ou 83 tonnes.

2. a. Montrons que cela revient à trouver les valeurs de q telles que ...:

Préalablement, notons que:

- le prix d'une tonne est égale à $1\,900$ €,
- le chiffre d'affaires est $R(q) = 1\,900 \times q$ €,
- le coût de fabrication est $C(q) = (0,01q^3 - 1,04q^2 + 36,43q + 40) \times 100$ €

Dans ces conditions, le résultat ou bénéfice ou profit réalisé lors de la vente de " q " tonnes est:

$$B(q) = R(q) - C(q)$$

$$= 1900q - (0,01q^3 - 1,04q^2 + 36,43q + 40) \times 100$$

$$= (-0,01q^3 + 1,04q^2 - 17,43q - 40) \times 100$$

$$= -0,01q^3 + 1,04q^2 - 17,43q - 40, \text{ en centaines d'€.}$$

D'où déterminer les valeurs de q pour lesquelles les pertes dépassent la somme de 4 000 € revient à chercher les valeurs de q telles que:

$$B(q) < -40, \text{ en centaines d'€}$$

$$\Leftrightarrow -0,01q^3 + 1,04q^2 - 17,43q - 40 < -40.$$

Ainsi, cela revient à résoudre l'inéquation:

$$-0,01q^3 + 1,04q^2 - 17,43q < 0.$$

2. b. Étudions le signe de $-0,01q^3 + 1,04q^2 - 17,43q$:

D'après l'énoncé, pour tout $q \in [0; 85]$, B s'écrit sous la forme factorisée suivante: $B(q) = -0,01q(q - 21)(q - 83)$.

La fonction B admet donc 3 racines: $q_1 = 0$, $q_2 = 21$ et $q_3 = 83$.

Dans ces conditions, nous pouvons dresser sur $[0; 85]$ le tableau de signe suivant:

q	0		21		83		85
q	0	+		+		+	
$q - 21$		-	0	+		+	
$q - 83$		-		-	0	+	
$q \times (q - 21) \times (q - 83)$	0	+	0	-	0	+	
$B(q)$	0	-	0	+	0	-	

- En conclusion:
- Si $q \in]0; 21[\cup]83; 85]$, $B(q) < 0$
 - Si $q \in]21; 83[$, $B(q) > 0$
 - Si $q = 0$ ou $q = 21$ ou $q = 83$, $B(q) = 0$.

2. c. Répondons au problème posé:

Compte tenu du tableau de signe, nous pouvons affirmer que les valeurs de q pour lesquelles les pertes mensuelles dépassent 4 000 euros appartiennent à l'intervalle: $I =]0; 21[\cup]83; 85]$.