www.freemaths.fr

1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Taux de Variation

MINI COURS

A. Taux de variation:

1. Définition:

Soient f une fonction définie sur un intervalle I, et a et b deux nombres réels distincts appartenant à I.

On appelle taux de variation de f entre a et b, le nombre:

$$\tau = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

2. Propriétés:

a. Si $f(x) = m.x + p$: $\tau = m =$ constante.

b. Si f est croissante sur I, alors: $\tau \geqslant 0$

Si f est décroissante sur I, alors: $\tau \leqslant 0.$

B. Taux de variation entre a et b = a + h (h ≠ 0):

Entre a et b, avec b = a + h et h ≠ 0, le taux de variation est:

$$\tau(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

C. Interprétation du taux de variation:

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

Soient A $(x_A\,; f(x_A))$ et B $(x_B\,; f(x_B))$, deux points.

Le taux de variation entre x_A et x_B est égale à la pente de la sécante (AB).

Autrement dit: $\mathcal{T} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

D. Nombre dérivé:

1. Définition:

Le nombre dérivé de f en " a " est: $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \mathcal{T}(h) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

2. Propriété:

Lorsque $\mathcal{T}(h)$ tend vers un nombre réel unique (fini) quand h prend des valeurs proches de 0, on dit que:

f est dérivable en a.

E. Tableaux des dérivées:

1. Fonctions usuelles:

$f(x)$	$f'(x)$	Remarques
k	0	Dérivable sur $\mathbb{R}$
x	1	Dérivable sur $\mathbb{R}$
x^2	$2x$	Dérivable sur $\mathbb{R}$
x^3	$3x^2$	Dérivable sur $\mathbb{R}$

x^n	$n \cdot x^{(n-1)}$	• $n \in \mathbb{N}^*$ • Dérivable sur $\mathbb{R}$ si $n \geqslant 1$ • Dérivable sur $\mathbb{R}^*$ si $n \leqslant -1$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	Dérivable sur $\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	Dérivable sur $] 0 ; +\infty [$

2. Formules usuelles:

Fonction	Fonction dérivée
U + V	U' + V'
U x V	U' x V + U x V'
k x U	k x U'
$\frac{1}{V}$	$-\frac{V'}{V^2}$
$\frac{U}{V}$	$\frac{U' \times V - U \times V'}{V^2}$

F. Fonction dérivée de $f(x) = g(ax + b)$:

1. Théorème:

Si g est une fonction dérivable sur I, alors pour tout x réel tel que $ax + b \in I$, la fonction $f(x) = g(ax + b)$ est dérivable et: $f'(x) = a \times g'(ax + b)$.

2. Exemple:

• Soit la fonction f définie sur $[\frac{3}{7}; +\infty[$ par: $f(x) = \sqrt{7x-3}$.

• Posons: $g(x) = \sqrt{x}$; g est définie sur $[0; +\infty[$ et dérivable sur $]0; +\infty[$.

• $7x - 3 > 0$ ssi $x > \frac{3}{7}$.

• Donc f est dérivable sur $]\frac{3}{7}; +\infty[$ et nous avons:

$$f'(x) = a \times g'(ax+b) = 7 \times g'(7x-3) = \frac{7}{2\sqrt{7x-3}}. \quad \left(g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$$

G. Équation réduite de la tangente Δ en A (a ; f(a)):

1. Formule:

La tangente Δ en A (a ; f(a)) a pour équation réduite: $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

2. Remarque:

$f'(a)$ correspond à: la pente de la tangente Δ au point A

ou: coefficient directeur de la tangente Δ au point A.