

# Mathématiques

## Enseignement Scientifique

### Taux de Variation



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# TAUX DE VARIATION ENTRE $a$ ET $a + h$

## CORRECTION

D'après le cours, nous savons que le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b = a + h$  ( $h \neq 0$ ) est:

$$\tilde{\tau}(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

1.  $f(x) = 4x$ ,  $a = 1$ :

• Ici:  $Df = \mathbb{R}$ ,  $a = 1 \in \mathbb{R}$  et  $b = a + h = 1 + h \in \mathbb{R}$ .

• Dans ces conditions: 
$$\begin{aligned} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} &= \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \frac{4(1+h) - 4}{h} \\ &= 4. \end{aligned}$$

Ainsi:  $\tilde{\tau}(h) = 4$ .

2.  $f(x) = 3x + 7$ ,  $a = -1$ :

• Ici:  $Df = \mathbb{R}$ ,  $a = -1 \in \mathbb{R}$  et  $b = a + h = -1 + h \in \mathbb{R}$ .

• Dans ces conditions: 
$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$$

$$= \frac{(3(-1+h) + 7) - (-3 + 7)}{h}$$

$$= 3.$$

Ainsi:  $\tilde{T}(h) = 3.$

3.  $f(x) = -x + 10$ ,  $a = 0$ :

• Ici:  $Df = \mathbb{R}$ ,  $a = 0 \in \mathbb{R}$  et  $b = a + h = h \in \mathbb{R}$ .

• Dans ces conditions:  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{f(h) - f(0)}{h}$

$$= \frac{(-h + 10) - (10)}{h}$$

$$= -1.$$

Ainsi:  $\tilde{T}(h) = -1.$

4.  $f(x) = m \cdot x + p$ ,  $a = 7$ :

• Ici:  $Df = \mathbb{R}$ ,  $a = 7 \in \mathbb{R}$  et  $b = a + h = 7 + h \in \mathbb{R}$ .

• Dans ces conditions:  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{f(7+h) - f(7)}{h}$

$$= \frac{((7+h) \cdot m + p) - (7 \cdot m + p)}{h}$$

$$= m.$$

Ainsi:  $\tilde{T}(h) = m.$

5.  $f(x) = x^2$ ,  $a = -2$ :

- Ici:  $Df = \mathbb{R}$ ,  $a = -2 \in \mathbb{R}$  et  $b = a + h = -2 + h \in \mathbb{R}$ .
- Dans ces conditions: 
$$\begin{aligned} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} &= \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} \\ &= \frac{(-2+h)^2 - 4}{h} \\ &= \frac{4 + h^2 - 4h - 4}{h} \\ &= h - 4. \end{aligned}$$

Ainsi:  $\tilde{\tau}(h) = h - 4$ .

6.  $f(x) = x^3$ ,  $a = 1$ :

- Ici:  $Df = \mathbb{R}$ ,  $a = 1 \in \mathbb{R}$  et  $b = a + h = 1 + h \in \mathbb{R}$ .
- Dans ces conditions: 
$$\begin{aligned} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} &= \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \frac{(1+h)^3 - 1}{h} \\ &= \frac{(h^3 + 3h^2 + 3h + 1) - 1}{h} \\ &= h^2 + 3h + 3. \end{aligned}$$

Ainsi:  $\tilde{\tau}(h) = h^2 + 3h + 3$ .

7.  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $a = 6$ :

- Ici:  $Df = \mathbb{R}^*$ ,  $a = 6 \in \mathbb{R}^*$  et  $b = a + h = 6 + h \in \mathbb{R}^*$ .

• Dans ces conditions: 
$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\left(\frac{1}{6+h}\right) - \left(\frac{1}{6}\right)}{h}$$
$$= \frac{6-6-h}{6(6+h)}$$
$$= \frac{-1}{36-6h}.$$

Ainsi: 
$$\tilde{\tau}(h) = -\frac{1}{36-6h}.$$