

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Taux de Variation



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

TAUX DE VARIATION DE \sqrt{x}

CORRECTION

1. Développons et simplifions l'expression $(\sqrt{3+h} - \sqrt{3})(\sqrt{3+h} + \sqrt{3})$:

Pour rappel: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$.

Dans ces conditions: $(\sqrt{3+h} - \sqrt{3})(\sqrt{3+h} + \sqrt{3}) = (3+h) - (3)$

$$(a^2 - b^2)$$

$$= h.$$

Ainsi: $(\sqrt{3+h} - \sqrt{3})(\sqrt{3+h} + \sqrt{3}) = h$.

2. Déduisons-en le taux de variation de f en 3 en fonction de h :

D'après le cours, nous savons que le taux de variation de f entre a et $b = a + h$ ($h \neq 0$) est:

$$\tau(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

• Ici: $Df = [0; +\infty[$, $a = 3 \in Df$ et $b = a + h = 3 + h \in Df$.

• D'où: $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3+h} - \sqrt{3}}{h} \\
 &= \frac{(\sqrt{3+h} - \sqrt{3}) \times (\sqrt{3+h} + \sqrt{3})}{h \times (\sqrt{3+h} + \sqrt{3})} \\
 &= \frac{h}{h \times (\sqrt{3+h} + \sqrt{3})} \\
 &= \frac{1}{(\sqrt{3+h} + \sqrt{3})}
 \end{aligned}$$

Ainsi: $\tilde{\tau}(h) = \frac{1}{(\sqrt{3+h} + \sqrt{3})}$.

3. Quand $h = 0$?

Quand $h = 0$: $\tilde{\tau}(h=0) = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{3}}$.

Ainsi: $\tilde{\tau}(0) = \frac{1}{2\sqrt{3}}$.

4. La valeur de $\tilde{\tau}(0)$ quand $a = 7$?

Quand $h = 0$ et $a = 7$: $\tilde{\tau}(0) = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{7}}$.

Ainsi: $\tilde{\tau}(0) = \frac{1}{2\sqrt{7}}$.