1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Taux de Variation

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA PENTE DE LA SÉCANTE (AB) 2

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que: si $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f, A $(x_A ; y_A)$ et B $(x_B ; y_B)$ deux points appartenant à $\mathscr{C}_f$, la pente P de la sécante (AB) est: $P = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

1. $f(x) = 9 + 4x^2$ et $\mathcal{T}(0) = 8x$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \dfrac{f(4) - f(\frac{1}{2})}{4 - \frac{1}{2}} = \dfrac{73 - 10}{4 - \frac{1}{2}} = \dfrac{126}{7}$.

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = 8x$ signifie que $f'(x) = 8x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où:
- au point A, $f'(\frac{1}{2}) = 4$
- au point B, $f'(4) = 32$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \quad \text{et} \quad f'(4) = 32.$$

2. $f(x) = 9 + 4x + 12x^2$ et $\mathcal{T}(0) = 24x + 4$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $$P = \frac{f(4) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{4 - \frac{1}{2}} = \frac{247 - 14}{4 - \frac{1}{2}} = \frac{466}{7}.$$

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = 24x + 4$ signifie que $f'(x) = 24x + 4$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

D'où:
- au point A, $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 16$
- au point B, $f'(4) = 100$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 16 \quad \text{et} \quad f'(4) = 100.$$

3. $f(x) = 6x^3 + \frac{7}{x}$ et $\mathcal{T}(0) = 18x^2 - \frac{7}{x^2}$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $$P = \frac{f(4) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{4 - \frac{1}{2}} = \frac{\left(384 + \frac{7}{4}\right) - \left(\frac{6}{8} + 14\right)}{4 - \frac{1}{2}}$$

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = 18x^2 - \frac{7}{x^2}$ signifie que $f'(x) = 18x^2 - \frac{7}{x^2}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

D'où: • au point A, $f'(\frac{1}{2}) = -\frac{47}{2}$

• au point B, $f'(4) = \frac{4661}{7}$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'(\frac{1}{2}) = -\frac{47}{2} \text{ et } f'(4) = \frac{4661}{7}.$$

4. $f(x) = \frac{3}{x} - 6\sqrt{x}$ et $\mathcal{T}(0) = -\frac{3}{x^2} - \frac{3}{\sqrt{x}}$:

a. La pente de la sécante ?

La pente de la sécante est: $P = \dfrac{f(4) - f(\frac{1}{2})}{4 - \frac{1}{2}} = \dfrac{\left(\frac{3}{4} - 12\right) - \left(6 - 6\sqrt{\frac{1}{2}}\right)}{4 - \frac{1}{2}}$

$$= \frac{-\frac{69}{2} + 12\sqrt{\frac{1}{2}}}{7}.$$

b. Le nombre dérivé de f aux points A et B ?

$\mathcal{T}(0) = -\frac{3}{x^2} - \frac{3}{\sqrt{x}}$ signifie que $f'(x) = -\frac{3}{x^2} - \frac{3}{\sqrt{x}}$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.

D'où: • au point A, $f'(\frac{1}{2}) = -12 - \frac{3}{\sqrt{\frac{1}{2}}}$

- au point B, $f'(4) = -\frac{27}{16}$.

Ainsi les dérivées respectives de f aux points A et B sont:

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -12 - \frac{3}{\sqrt{\frac{1}{2}}} \quad \text{et} \quad f'(4) = -\frac{27}{16}.$$