1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Taux de Variation

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA FONCTION VALEUR ABSOLUE

CORRECTION

1. f est-elle dérivable en $a > 0$?

Si $a > 0$, nous pouvons écrire: $|a| = a$.

a. Le taux de variation entre a et $a + h$:

Ici: $a \in]0; +\infty[$ (car $a > 0$) et $a + h \in]0; +\infty[$ $(h \neq 0)$.

Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h} = \dfrac{|a+h| - |a|}{h}$

$$= \frac{(a+h) - (a)}{h}$$

$$= \frac{h}{h}$$

$$= 1.$$

Ainsi, le taux de variation entre a et $a + h$ est: $\tau(h) = 1$.

b. Calculons la limite de $\tau(h)$ quand h tend vers 0:

$$\lim_{h \to 0} \tau(h) = 1.$$

D'où: $\lim\limits_{h \to 0} \tau(h) = 1.$

c. Conclusion:

Comme $\lim\limits_{h \to 0} \tau(h) = 1$ (nombre réel fini): oui f est dérivable en $a > 0$

et $f'(a) = 1.$

2. f est-elle dérivable en $b < 0$?

Si $b < 0$, nous pouvons écrire: $|b| = -b.$

a. Le taux de variation entre b et $b + h$:

Ici: $b \in]-\infty ; 0[$ (car $b < 0$) et $b + h \in]-\infty ; 0[$ $(h \neq 0).$

Dans ces conditions: $\dfrac{f(b+h) - f(-b)}{h} = \dfrac{|b+h| - |b|}{h}$

$$= \frac{(-b-h) - (-b)}{h}$$

$$= \frac{-h}{h}$$

$$= -1.$$

Ainsi, le taux de variation entre b et $b + h$ est: $\tau(h) = -1.$

b. Calculons la limite de $\tau(h)$ quand h tend vers 0:

$\lim\limits_{h \to 0} \tau(h) = -1.$

D'où: $\lim\limits_{h \to 0} \tau(h) = -1$.

c. Conclusion:

Comme $\lim\limits_{h \to 0} \tau(h) = -1$ (nombre réel fini): oui f est dérivable en $b < 0$.

et $f'(b) = -1$.

3. f est-elle dérivable en " 0 " ?

a. Le taux de variation entre " 0 " et " 0 + h ":

$$\frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \frac{|0+h| - |0|}{h}$$

$$= \frac{|h|}{h}.$$

Ainsi, le taux de variation entre " 0 " et " 0 + h " est: $\tau(h) = \frac{|h|}{h}$.

b. Calculons la limite de $\tau(h)$ quand h tend vers 0:

Distinguons deux cas:

• h tend vers 0 par valeurs positives:

Dans ce cas: $\lim\limits_{h \to 0^+} \tau(h) = \lim\limits_{h \to 0^+} \frac{h}{h} = 1$. ($|h| = h$)

• h tend vers 0 par valeurs négatives:

Dans ce cas: $\lim\limits_{h \to 0^-} \tau(h) = \lim\limits_{h \to 0^-} \frac{-h}{h} = -1$. ($|h| = -h$)

On obtient ainsi deux limites différentes: 1 et -1.

Or la limite de $\tau(h)$ quand h tend vers 0 doit être unique.

Donc: f n'est pas dérivable en " 0 ".

4. Concluons sur le domaine de dérivabilité de la fonction valeur absolue:

La fonction valeur absolue est uniquement dérivable sur: $\mathbb{R}^*$.