1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Taux de Variation

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CROISSANTE OU DÉCROISSANTE ?

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que:

- f est croissante sur I ssi: $\mathcal{T}(0) \geq 0$ ($f'(x) \geq 0$)
- f est strictement croissante sur I ssi: $\mathcal{T}(0) > 0$ ($f'(x) > 0$)
- f est décroissante sur I ssi: $\mathcal{T}(0) \leq 0$ ($f'(x) \leq 0$)
- f est strictement décroissante sur I ssi: $\mathcal{T}(0) < 0$ ($f'(x) < 0$)
- f est constante sur I ssi: $\mathcal{T}(0) = 0$ ($f'(x) = 0$)

1. $f(x) = k$ et $\mathcal{T}(0) = 0$. Sens de variation de f ?

Ici, il s'agit de déterminer le sens de variation de la fonction f.

Cela revient à savoir si elle est croissante, décroissante ou constante.

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$
- Domaine de dérivabilité $= \mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$
- $\mathcal{T}(0) = 0$.

Dans ces conditions, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 0$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Comme $f'(x) = 0$ ($\mathcal{T}(0) = 0$) sur $\mathbb{R}$: f est constante sur $\mathbb{R}$.

2. $f(x) = x$ et $\mathcal{T}(0) = 1$. Sens de variation de f ?

Ici, il s'agit de déterminer le sens de variation de la fonction f.

Cela revient à savoir si elle est croissante, décroissante ou constante.

- $\mathcal{D}_f = IR$
- Domaine de dérivabilité $= \mathcal{D}_{f'} = IR$
- $\mathcal{T}(0) = 1$.

Dans ces conditions, f est dérivable sur IR et $f'(x) = 1$, pour tout $x \in IR$.

Comme $f'(x) = 1 > 0$ ($\mathcal{T}(0) = 1 > 0$) sur IR: f est strictement croissante sur IR.

3. $f(x) = x^2$ et $\mathcal{T}(0) = 2x$. Sens de variation de f ?

Ici, il s'agit de déterminer le sens de variation de la fonction f.

Cela revient à savoir si elle est croissante, décroissante ou constante.

- $\mathcal{D}_f = IR$
- Domaine de dérivabilité $= \mathcal{D}_{f'} = IR$
- $\mathcal{T}(0) = 2x$.

Dans ces conditions, f est dérivable sur IR et $f'(x) = 2x$, pour tout $x \in IR$.

Distinguons deux cas:

- Si $x \in]-\infty ; 0]$, $f'(x) \leqslant 0$ ($\mathcal{T}(0) = 2x \leqslant 0$) et donc: f est décroissante sur $]-\infty ; 0]$.
- Si $x \in [0 ; +\infty[$, $f'(x) \geqslant 0$ ($\mathcal{T}(0) = 2x \geqslant 0$) et donc: f est croissante sur $[0 ; +\infty[$.

4. $f(x) = x^3$ et $\mathcal{T}(0) = 3x^2$. Sens de variation de f ?

Ici, il s'agit de déterminer le sens de variation de la fonction f.

Cela revient à savoir si elle est croissante, décroissante ou constante.

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$
- Domaine de dérivabilité $= \mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$
- $\mathcal{T}(0) = 3x^2$.

Dans ces conditions, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = 3x^2$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Comme $f'(x) = 3x^2 \geqslant 0$ ($\mathcal{T}(0) = 3x^2 \geqslant 0$) sur $\mathbb{R}$: f est croissante sur $\mathbb{R}$.

5. $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et $\mathcal{T}(0) = -\dfrac{1}{x^2}$. Sens de variation de f ?

Ici, il s'agit de déterminer le sens de variation de la fonction f.

Cela revient à savoir si elle est croissante, décroissante ou constante.

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$
- Domaine de dérivabilité $= \mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}^*$
- $\mathcal{T}(0) = -\dfrac{1}{x^2}$.

Dans ces conditions, f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

Comme $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2} < 0$ ($\mathcal{T}(0) = -\dfrac{1}{x^2} < 0$) sur $\mathbb{R}^*$: f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^*$.

6. $f(x) = \sqrt{x}$ et $\mathcal{T}(0) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. Sens de variation de f ?

Ici, il s'agit de déterminer le sens de variation de la fonction f.

Cela revient à savoir si elle est croissante, décroissante ou constante.

- $\mathcal{D}_f = [\,0\,;+\infty\,[$
- Domaine de dérivabilité $= \mathcal{D}_{f'} =]\,0\,;+\infty\,[$
- $\mathcal{T}(0) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

f est donc dérivable sur $]\,0\,;+\infty\,[$ et $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, pour tout $x \in \,]\,0\,;+\infty\,[$.

Comme $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ ($\mathcal{T}(0) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} > 0$) sur $]\,0\,;+\infty\,[$: f est strictement croissante sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

7. $f(x) = m \cdot x + p$ et $\mathcal{T}(0) = m$. Sens de variation de f ?

Ici, il s'agit de déterminer le sens de variation de la fonction f.

Cela revient à savoir si elle est croissante, décroissante ou constante.

- $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$
- Domaine de dérivabilité $= \mathcal{D}_{f'} = \mathbb{R}$
- $\mathcal{T}(0) = m$.

Dans ces conditions, f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = m$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Distinguons deux cas:

• Si $m \leqslant 0$, $f'(x) \leqslant 0$ ($\tau(0) = m \leqslant 0$) et donc: f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

• Si $m \geqslant 0$, $f'(x) \geqslant 0$ ($\tau(0) = m \geqslant 0$) et donc: f est croissante sur $\mathbb{R}$.