1ère

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Taux de Variation

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE LA DÉRIVÉE DE $f(x) = \frac{1}{x}$

CORRECTION

Calculons $f'(x)$ quand $f(x) = \frac{1}{x}$:

Ici, il s'agit de calculer la dérivée de f, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

D'après le cours: $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \tau(h) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

a. Le taux de variation entre x et $x + h$:

Ici: $x \in \mathbb{R}^*$ et $x + h \in \mathbb{R}^*$ $(h \neq 0)$.

Dans ces conditions: $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\left(\frac{1}{x+h}\right) - \left(\frac{1}{x}\right)}{h}$

$$= \frac{\frac{x - (x+h)}{(x+h) \times x}}{h}$$

$$= \frac{\frac{-h}{x(x+h)}}{h}$$

$$= \frac{-1}{x(x+h)}.$$

Ainsi, le taux de variation entre x et $x + h$ est: $\tau(h) = \frac{-1}{x(x+h)}$.

b. Calculons la limite de $\tau(h)$ quand h tend vers 0:

$$\lim_{h \to 0} \tau(h) = \lim_{h \to 0} \frac{-1}{x(x+h)} = \frac{-1}{x^2}.$$

D'où: $\lim_{h \to 0} \tau(h) = \frac{-1}{x^2}$.

c. La dérivée de f, pour tout $x \in IR^*$:

Comme $\lim_{h \to 0} \tau(h) = \frac{-1}{x^2}$ (nombre réel fini pour tout $x \in IR^*$): f est dérivable sur IR^* et pour tout $x \in IR^*$, $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$.