

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études



MINI COURS

A. Dérivée d'une fonction:

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- f est **dérivable** sur un intervalle I lorsque f admet un nombre dérivé pour tout réel x de I , noté $f'(x)$.
- La fonction dérivée de f sur I est notée: f' .

B. Tableau des dérivées:

Fonction	Domaine de définition	Domaine de dérivabilité	Fonction dérivée
$f(x) = k$	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$f'(x) = 0$
$f(x) = m \cdot x + p$	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$f'(x) = m$
$f(x) = x$	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$f'(x) = n \cdot x^{(n-1)}$
$f(x) = a \cdot x^n + b$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$f'(x) = a \cdot n \cdot x^{(n-1)}$

C. Sens de variation d'une fonction:

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de \mathbb{R} .

- f est croissante sur I ssi: $f'(x) \geq 0$
- f est strictement croissante sur I ssi: $f'(x) > 0$
- f est décroissante sur I ssi: $f'(x) \leq 0$
- f est strictement décroissante sur I ssi: $f'(x) < 0$
- f est constante sur I ssi: $f'(x) = 0$.

D. Extremum:

1. Définition:

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

f admet un extremum sur I si f admet un maximum ou un minimum sur I .

2. Propriété:

- Soit f une fonction dérivable sur $]a; b[$ et x_0 un réel de cet intervalle.

Si f admet un maximum local ou un minimum local en x_0 , alors: $f'(x) = 0$.

- Dans ce cas, la tangente à la courbe au point $(x_0; f(x_0))$ est horizontale.

3. Tableau de variations et extremum:

Soit $]a; b[$ un intervalle contenant " c ".

- Le point $C(c; f(c))$ est un minimum local:

x	a	c	b	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$				

- Le point $C (c; f(c))$ est un **maximum local**:

x	a	c	b	
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$				

4. Polynômes du second degré et extremum:

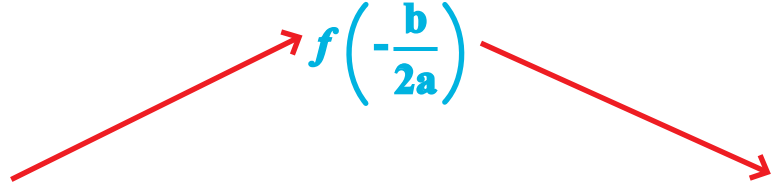
Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ avec } a \neq 0.$$

- Si $a > 0$, le point $A \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$ est un **minimum global**:

x	$-\infty$	$\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$				

- Si $a < 0$, le point $A\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ est un maximum global:

x	$-\infty$	$\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	 $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$		