1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions : Études

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES PETITS FOURS

CORRECTION

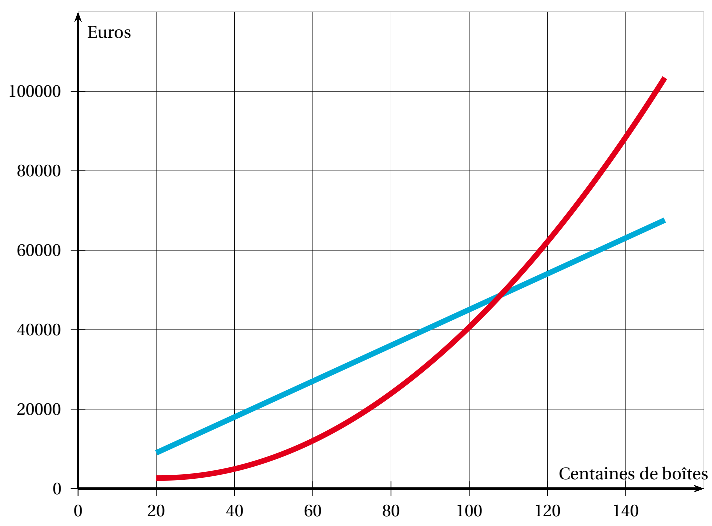
1. a. Précisons la courbe représentant R et celle représentant C:

D'après l'énoncé, pour tout $x \in [\,20\,;\,150\,]$:

- le chiffre d'affaires est $R(x) = 450x$
- le coût total est $C(x) = 6x^2 - 246x + 5\,184$.

- $R(x) = 450x$ correspond à **l'équation d'une droite,**
- $C(x) = 6x^2 - 246x + 5\,184$ correspond à **l'équation d'une parabole.**

Ainsi:
- **la droite turquoise représente la fonction R,**
- **la parabole rouge représente la fonction C.**



1. b. Déterminons dans quel intervalle se situent le nombre de centaines de boîtes vendues pour que l'entreprise réalise un bénéfice:

L'entreprise réalise un bénéfice à partir du moment où: $R(x) > C(x)$.

Cela se produit uniquement sur la partie de la droite turquoise située au dessus de la parabole rouge, cad sur l'intervalle $[20;\ 106]$.

Ainsi, l'intervalle où se situent le nombre de centaines de boîtes vendues pour que l'entreprise réalise un bénéfice est: $[20;\ 106]$.

2. a. Calculons $D'(x)$:

La fonction D est dérivable sur $[20;\ 150]$, avec: $D(x) = -6x^2 + 696x - 5184$.

D'où, nous pouvons calculer D' sur $[20;\ 150]$:

$$D'(x) = -12x + 696.$$

Ainsi, la dérivée de la fonction D, pour tout $x \in [20;\ 150]$ est:

$$D'(x) = -12x + 696.$$

2. b. Déterminons le signe de D' sur $[20;\ 150]$:

Distinguons 3 cas:
- $D'(x) > 0$ ssi $x < 58$
- $D'(x) = 0$ ssi $x = 58$
- $D'(x) < 0$ ssi $x > 58$.

Ainsi le signe de D' sur $[20;\ 150]$ est:
- strictement positif sur $[20;58[$
- nul si $x = 58$
- strictement négatif sur $]58;\ 150]$.

2.c. c_1. **Déduisons-en le tableau de variations de la fonction D:**

Nous avons le tableau de variations suivant:

x	20		58		150
$D'(x)$		+	0	-	
$D(x)$			b		
	a				c

, **avec**:
- $a = D(20) = -5\,184$
- $b = D(58) = 15\,000$
- $c = D(150) = -35\,784$.

2. c. c_2. **Déterminons le nombre de boîtes que l'entreprise doit produire et vendre pour obtenir un bénéfice maximal:**

La fonction D est croissante sur [20 ; 58] et décroissante sur [58 ; 150].

Elle présente donc un maximum quand: $x = 5\,800$ boîtes.

$D(5800) = b = 15\,000$ €.

Ainsi, pour maximiser son bénéfice, l'entreprise doit produire et vendre 5 800 boîtes, et le profit réalisé sera de 5 000 €.