

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE PRIX DE L'IMMOBILIER

CORRECTION

1. a. Par lecture graphique, donnons les solutions de l'équation $f(x) = 2\,400$:

A l'aide du graphique, $f(x) = 2\,400$ quand: $x \approx 1$, $x \approx 9$, et $x \approx 15$.

Ainsi, les solutions de l'équation $f(x) = 2\,400$ sont: 1 , 9 et 15 .



1. b. Interprétons:

Cela signifie que prix du mètre carré sera de 2 400€ en: 2001 , 2009 et 2015 .

2. Déterminons la dérivée f' de la fonction f :

La fonction f est dérivable sur $[0; 18]$, avec: $f(x) = 2x^3 - 49x^2 + 296x + 2200$.

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[0; 18]$:

$$f'(x) = 6x^2 - 98x + 296, \text{ pour tout } x \in [0; 18]$$

La dérivée de la fonction f , pour tout $x \in [0; 18]$ est donc:

$$f'(x) = 6x^2 - 98x + 296.$$

3. a. Montrons que $f'(x) = (x - 4)(6x - 74)$:

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in [0; 18]: \quad (x - 4)(6x - 74) &= 6x^2 - 74x - 24x + 296 \\ &= 6x^2 - 98x + 296 \\ &= f'(x). \end{aligned}$$

Donc pour tout $x \in [0; 18]$, nous avons bien: $f'(x) = (x - 4)(6x - 74)$.

3. b. Résolvons l'équation $f'(x) = 0$:

$$f'(x) = 0 \iff (x - 4)(6x - 74) = 0 \iff x_1 = 4 \text{ ou } x_2 = \frac{37}{3}.$$

Les solutions de l'équation $f'(x) = 0$ sont donc: 4 et $\frac{37}{3}$.

3. c. Interprétons les solutions de $f'(x) = 0$:

D'une part, $x_1 = 4$ et $x_2 = \frac{37}{3}$ sont les 2 racines de l'équation $f'(x) = 0$.

D'autre part, nous savons que:

- le nombre dérivé en un point est égal au coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f en ce point,

- si le nombre dérivé est nul, c'est que le coefficient directeur est nul et qu'ainsi la tangente à la courbe est horizontale.

Donc ici, cela signifie que la tangente à la courbe est horizontale aux points d'abscisses 4 et $\frac{37}{3}$.

3. d. Dressons le tableau de variations de f :

Étape 1: on détermine le signe de f' .

f' admet donc 2 racines: $x_1 = 4$ et $x_2 = \frac{37}{3}$.

D'où le tableau de signe de f' sur $[0; 18]$ est:

x	0	4	$\frac{37}{3}$	18
$x - 4$	-	0	+	+
$6x - 74$	-	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	+

Ainsi le signe de f' sur $[0; 18]$ est: • strictement positif sur $[0; 4[\cup]\frac{37}{3}; 18]$

• nul si $x = 4$ ou $x = \frac{37}{3}$

• strictement négatif sur $]4; \frac{37}{3}[$.

Étape 2: on dresse le tableau de variations de f .

Le tableau de variations de f sur $[0; 18]$ est le suivant:

x	0	4	$\frac{37}{3}$	18	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	a	b	c	d	

- , avec:
- $a = 2200$
 - $b = 2728$
 - $c = 2149$
 - $d = 3316$.

Ainsi: • f est croissante sur $[0; 4]$

• f est décroissante sur $[4; \frac{37}{3}]$

• f est croissante sur $[\frac{37}{3}; 18]$.