

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études

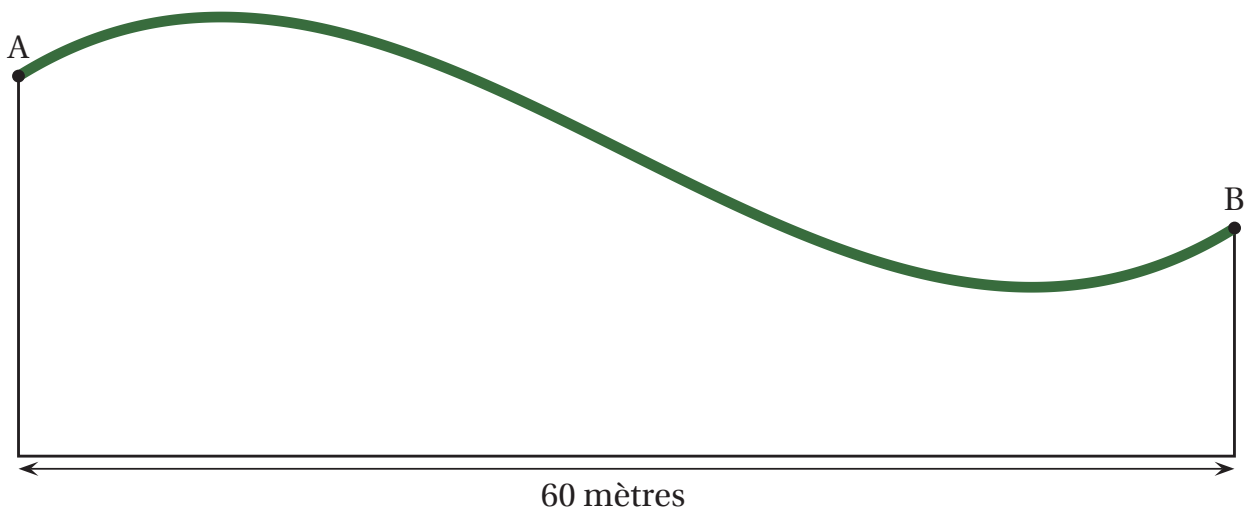


ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LE MAGASIN DE SPORT

ÉNONCÉ

Pour la construction de son nouveau magasin de sport de glisse d'une profondeur de 60 mètres, une enseigne souhaite une toiture dont l'allure est représentée ci-dessous.



La toiture représentée par la courbe ci-dessus doit répondre à deux contraintes:

- Pour des raisons esthétiques, les pentes aux points A et B doivent être identiques.
- Pour des raisons mécaniques, la différence de hauteur entre le point le plus haut et le point le plus bas de la toiture ne doit pas dépasser 10 mètres.

Après étude, la toiture est représentée par la courbe de la fonction f définie² sur l'intervalle $[0; 60]$ par:

$$f(x) = \frac{1}{3000} x^3 - 0,03 x^2 + 0,5 x + 15.$$

1. Déterminer $f'(x)$.

2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 60]$, on a:

$$f'(x) = 0,001(x - 10)(x - 50).$$

3. Les pentes de la toiture en A et en B sont-elles identiques ?

4. On souhaite savoir si la contrainte mécanique est respectée.

a. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 60]$.

b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 60]$.

c. La contrainte mécanique est-elle respectée ?