

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE MAGASIN DE SPORT

CORRECTION

1. Déterminons $f'(x)$:

La fonction f est dérivable sur $[0; 60]$, avec:

$$f(x) = \frac{1}{3000}x^3 - 0,03x^2 + 0,5x + 15.$$

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[0; 60]$:

$$f'(x) = \frac{1}{1000}x^2 - 0,06x + 0,5, \text{ pour tout } x \in [0; 60].$$

Ainsi, la dérivée de la fonction f , pour tout $x \in [0; 60]$ est:

$$f'(x) = \frac{1}{1000}x^2 - 0,06x + 0,5.$$

2. Montrons que pour tout $x \in [0; 60]$, $f'(x) = 0,001(x - 10)(x - 50)$:

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } x \in [0; 60]: \quad 0,001(x - 10)(x - 50) &= 0,001(x^2 - 50x - 10x + 50) \\ &= 0,001(x^2 - 60x + 50) \\ &= \frac{1}{1000}x^2 - 0,06x + 0,5 \end{aligned}$$

$$= f'(x).$$

Donc, pour tout $x \in [0; 60]$, nous avons bien: $f'(x) = 0,001(x-10)(x-50)$.

3. Les pentes de la toiture en A et en B sont-elles identiques ?

Pour répondre à cette question, il suffit de calculer $f'(x_A)$ et $f'(x_B)$.

Or: $x_A = 0$ et $x_B = 60$.

Dans ces conditions: $f'(x_A) = f'(0) = 0,5$

$f'(x_B) = f'(60) = 0,5$.

Donc **OUI!** les pentes sont égales.

4. a. Déterminons le signe de $f'(x)$ sur $[0; 60]$:

Pour tout $x \in [0; 60]$: $f'(x) = 0,001(x-10)(x-50)$.

f' admet donc 2 racines: $x_1 = 10$ et $x_2 = 50$.

D'où le tableau de signe de f' sur $[0; 60]$ est:

x	0	10	50	60
$x - 10$	-	0	+	+
$x - 50$	-	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	+

Ainsi le signe de f' sur $[0; 60]$ est:

- strictement positif sur $[0; 10[\cup]50; 60]$
- nul si $x = 10$ ou $x = 50$
- strictement négatif sur $]10; 50[$.

4. b. Dressons le tableau de variations de f sur $[0; 60]$:

Le tableau de variations de f sur $[0; 60]$ est le suivant:

x	0	10	50	60	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		a	b	c	d

Diagramme du tableau de variations : des flèches rouges indiquent une augmentation de $f(x)$ de a à b , une diminution de b à c , et une augmentation de c à d .

, avec:

- $a = 15$
- $b \approx 17,3$
- $c \approx 6,7$
- $d = 9$.

Ainsi: • f est croissante sur $[0; 10]$

• f est décroissante sur $[10; 50]$

• f est croissante sur $[50; 60]$.

4. c. La contrainte mécanique est-elle respectée ?

La différence entre le point le plus haut et le point le plus bas est égale à:

$$b - c \approx 10,6 > 10.$$

Donc contrainte pas respectée !