1ère

Mathématiques
Enseignement Scientifique

Fonctions : Études

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE LABORATOIRE

CORRECTION

1. Le laboratoire réalise-t-il un bénéfice ?

La vente de 10 litres à 230 € le litre rapporte 2 300 € au laboratoire.

Or la fabrication de ces 10 litres lui coûte: 2 325 €.

Donc NON ! aucun bénéfice pour le laboratoire: il réalisera une perte d'un montant de 25 €.

2. a. Déterminons $R'(x)$ pour tout $x \in [0; 50]$:

La fonction R est dérivable sur $[0; 50]$, avec:

$$R(x) = -0,25x^3 + 16,5x^2 - 120x - 225.$$

D'où, nous pouvons calculer R' sur $[0; 50]$:

$$R'(x) = -0,75x^2 + 33x - 120, \text{ pour tout } x \in [0; 50].$$

Ainsi, la dérivée de la fonction Résultat R, pour tout $x \in [0; 50]$ est:

$$R'(x) = -0,75x^2 + 33x - 120.$$

2. b. Montrons que pour tout $x \in [0; 50]$, $R'(x) = -0,75(x - 4)(x - 40)$:

Pour tout $x \in [0 ; 50]$: $-0,75(x-4)(x-40) = -0,75(x^2 - 40x - 4x + 160)$

$= -0,75(x^2 - 44x + 160)$

$= -0,75x^2 + 33x - 120$

$= R'(x)$.

Donc pour tout $x \in [0 ; 50]$, nous avons bien : $R'(x) = -0,75(x-4)(x-40)$.

2. c. c1. Déterminons le signe de R' :

Pour tout $x \in [0 ; 50]$: $R'(x) = -0,75(x-4)(x-40)$.

R' admet donc 2 racines : $x_1 = 4$ et $x_2 = 40$.

D'où le tableau de signe de R' sur [0 ; 50] est :

x	0		4		40		50
$x - 4$		-	0	+		+	
$x - 40$		-		-	0	+	
$R'(x)$		-	0	+	0	-	

(car : $R'(x) = -0,75(x-4)(x-40)$)

Ainsi le signe de R' sur [0 ; 50] est :

- strictement négatif sur $[0 ; 4[\cup]40 ; 50]$
- nul si $x = 4$ ou $x = 40$
- strictement positif sur $]4 ; 40[$.

2. c. c2. Déduisons-en les variations de R sur $[\,0\,;\,50\,]$:

Le tableau de variation de R sur $[\,0\,;\,50\,]$ est le suivant:

x	0		4		40		50
$R'(x)$		-	0	+	0	-	
$R(x)$	a	$\searrow$	b	$\nearrow$	c	$\searrow$	d

Ainsi:
- R est décroissante sur $[\,0\,;\,4\,]$
- R est croissante sur $[\,4\,;\,40\,]$
- R est décroissante sur $[\,40\,;\,50\,]$.

d. Déterminons le nombre de litres permettant à l'entreprise de dégager un bénéfice maximal et calculons ce bénéfice:

La fonction R est croissante sur $[\,4\,;\,40\,]$ et décroissante sur $[\,40\,;\,50\,]$.

Elle présente donc un maximum quand: $x = 40$ litres de médicament.

$R(40) = c = 5\,375$ €.

Ainsi, le bénéfice sera donc maximal avec une production de 40 litres de médicaments et il sera égal à: 5 375 €.