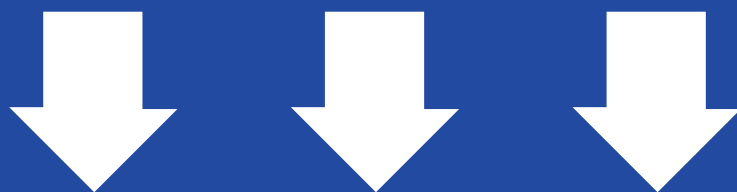


Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE LABORATOIRE

CORRECTION

1. Le laboratoire réalise-t-il un bénéfice ?

La vente de 10 litres à 230 € le litre rapporte **2 300 €** au laboratoire.

Or la fabrication de ces 10 litres lui coûte: **2 325 €**.

Donc **NON !** aucun bénéfice pour le laboratoire: **il réalisera une perte d'un montant de 25 €.**

2. a. Déterminons $R'(x)$ pour tout $x \in [0; 50]$:

La fonction R est dérivable sur $[0; 50]$, avec:

$$R(x) = -0,25x^3 + 16,5x^2 - 120x - 225.$$

D'où, nous pouvons calculer R' sur $[0; 50]$:

$$R'(x) = -0,75x^2 + 33x - 120, \text{ pour tout } x \in [0; 50].$$

Ainsi, la dérivée de la fonction Résultat R , pour tout $x \in [0; 50]$ est:

$$R'(x) = -0,75x^2 + 33x - 120.$$

2. b. Montrons que pour tout $x \in [0; 50]$, $R'(x) = -0,75(x-4)(x-40)$:

$$\begin{aligned}
 \text{Pour tout } x \in [0; 50]: \quad & -0,75(x-4)(x-40) = -0,75(x^2 - 40x - 4x + 160) \\
 & = -0,75(x^2 - 44x + 160) \\
 & = -0,75x^2 + 33x - 120 \\
 & = R'(x).
 \end{aligned}$$

Donc pour tout $x \in [0; 50]$, nous avons bien: $R'(x) = -0,75(x-4)(x-40)$.

2. c. c.l. Déterminons le signe de R' :

$$\text{Pour tout } x \in [0; 50]: \quad R'(x) = -0,75(x-4)(x-40).$$

R' admet donc 2 racines: $x_1 = 4$ et $x_2 = 40$.

D'où le tableau de signe de R' sur $[0; 50]$ est:

x	0	4	40	50	
$x - 4$	-	0	+	+	
$x - 40$	-	-	0	+	
$R'(x)$	-	0	+	0	-

$$(\text{car: } R'(x) = -0,75(x-4)(x-40))$$

Ainsi le signe de R' sur $[0; 50]$ est:

- strictement négatif sur $[0; 4[\cup]40; 50]$
- nul si $x = 4$ ou $x = 40$
- strictement positif sur $]4; 40[$.

2. c. c2. Dédouisons-en les variations de R sur $[0; 50]$:

Le tableau de variation de R sur $[0; 50]$ est le suivant:

x	0	4	40	50	
$R'(x)$	-	0	+	0	-
$R(x)$	a	b	c	d	

Diagramme de variation: Des flèches rouges indiquent que $R(x)$ diminue de a à b (sur $[0; 4]$), augmente de b à c (sur $[4; 40]$), et diminue de c à d (sur $[40; 50]$).

- Ainsi:
- R est décroissante sur $[0; 4]$
 - R est croissante sur $[4; 40]$
 - R est décroissante sur $[40; 50]$.

d. Déterminons le nombre de litres permettant à l'entreprise de dégager un bénéfice maximal et calculons ce bénéfice:

La fonction R est croissante sur $[4; 40]$ et décroissante sur $[40; 50]$.

Elle présente donc un maximum quand: $x = 40$ litres de médicament.

$$R(40) = c = 5\,375 \text{ €}.$$

Ainsi, le bénéfice sera donc maximal avec une production de 40 litres de médicaments et il sera égal à: 5 375 €.