

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA GLYCÉMIE

CORRECTION

1. Déterminons la glycémie du patient à jeun:

Il s'agit de calculer $f(t=0)$, avec pour tout $t \in [0; 3]$:

$$f(t) = 0,3t^3 - 1,8t^2 + 2,7t + 0,8.$$

D'où: $f(0) = 0,3 \times (0)^3 - 1,8 \times (0)^2 + 2,7 \times (0) + 0,8$

$$= 0,8 \text{ g.L}^{-1}.$$

Ainsi, la glycémie du patient à jeun est égale à: $0,8 \text{ g.L}^{-1}$.

2. a. Montrons que pour tout $t \in [0; 3]$, $f'(t) = 0,9(t-1)(t-3)$:

• La fonction f est dérivable sur $[0; 3]$, avec: $f(t) = 0,3t^3 - 1,8t^2 + 2,7t + 0,8$.

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[0; 3]$:

$$f'(t) = 0,9t^2 - 3,6t + 2,7, \text{ pour tout } t \in [0; 3].$$

• $0,9(t-1)(t-3) = 0,9(t^2 - 3t - t + 3)$

$$= 0,9t^2 - 3,6t + 2,7$$

$$= f'(t).$$

Donc pour tout $t \in [0; 3]$, nous avons bien: $f'(t) = 0,9(t-1)(t-3)$.

2. b. b1. Étudions le signe de f' sur $[0; 3]$:

f' admet donc 2 racines: $t_1 = 1$ et $t_2 = 3$.

D'où le tableau de signe de f' sur $[0; 3]$ est:

t	0	1	3
$t - 1$	-	0	+
$t - 3$	-	-	0
$f'(t)$	+	0	-

Ainsi le signe de f' sur $[0; 3]$ est:

- strictement positif sur $[0; 1[$
- nul si $t = 1$ ou $t = 3$
- strictement négatif sur $]1; 3]$.

2. b. b2. Dressons le tableau de variation de f :

Le tableau de variation de f sur $[0; 3]$ est le suivant:

t	0	1	3
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	a	b	c

, avec:

- $a = 0,8 \text{ g.L}^{-1}$
- $b = 2 \text{ g.L}^{-1}$
- $c = 0,8 \text{ g.L}^{-1}$

Ainsi:

- f est croissante sur $[0; 1]$
- f est décroissante sur $[1; 3]$.

3. Déterminons au bout de combien d'heures la glycémie sera maximale et calculons la:

La fonction f est croissante sur $[0; 1]$ et décroissante sur $[1; 3]$.

Elle présente donc un maximum quand: $t = 1$ heure.

$$f(1) = b = 2 \text{ g.L}^{-1}.$$

Ainsi, au bout d'1 heure la glycémie sera maximale et elle sera égale à 2 g.L^{-1} .