

Mathématiques

Enseignement Scientifique

Fonctions : Études



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

L'ÉPIDÉMIE

CORRECTION

1. Déterminons le nombre de personnes malades prévu au bout de 20 jours:

Pour répondre à cette question, nous devons calculer $f(20)$ avec:

$$f(t) = 45t^2 - t^3, \text{ pour tout } t \in [0; 45].$$

$$f(20) = 45 \times (20)^2 - (20)^3$$

$$= 10\,000 \text{ malades.}$$

Ainsi, au bout de 20 jours, le nombre de personnes malades sera de: **10000**.

2. Montrons que pour tout $t \in [0; 45]$, $f'(t) = 3t(30 - t)$:

La fonction f est dérivable sur $[0; 45]$.

D'où, nous pouvons calculer f' sur $[0; 45]$:

$$f'(t) = 90t - 3t^2$$

$$= 3t(30 - t), \text{ pour tout } t \in [0; 45].$$

La dérivée de la fonction f , pour tout $t \in [0; 45]$, est donc: $f'(t) = 3t(30 - t)$.

3. Déterminons le signe de f' sur $[0; 45]$:

Distinguons 3 cas: • $f'(t) > 0$ ssi $t \in]0; 30[$

• $f'(t) = 0$ ssi $t = 0$ ou $t = 30$

• $f'(t) < 0$ ssi $t \in]30; 45]$

Ainsi le signe de f' sur $[0; 45]$ est: • strictement positif sur $]0; 30[$

• nul si $t = 0$ ou $t = 30$

• strictement négatif sur $]30; 45]$.

4. Dressons le tableau de variation de f sur $[0; 45]$:

Le tableau de variation de f sur $[0; 45]$ est le suivant:

t	0	30	45	
$f'(t)$	0	+	0	-
$f(t)$	a	b	c	

• $a = f(0) = 0$

, avec: • $b = f(30) = 13500$

• $c = f(45) = 0$.

5. Déterminons le jour où le nombre de personnes malades est maximal et précisons ce nombre:

La fonction f est croissante sur $[0; 30]$ et décroissante sur $[30; 45]$.

Elle présente donc un maximum quand: $t = 30$ jours.

$f(30) = b = 13500$ malades.

Ainsi, c'est au bout de 30 jours que le nombre de personnes malades sera maximal et ce dernier sera de 13500 malades.